

*ARGOMENTAZIONE E DIMOSTRAZIONE A SCUOLA: attività
che rappresentano strumenti di costruzione di
competenze disciplinari e trasversali.*

CHIARA ANDRÀ – ROSA IADEROSA

POLITECNICO DI MILANO

23 SETTEMBRE 2019

Perché questo corso

La formazione è rivolta a docenti della *scuola secondaria*, interessati a **costruire competenze matematiche che vadano al di là del fornire conoscenze e abilità, ma che promuovano un apprendimento meta cognitivo e costruiscano negli studenti una reale consapevolezza degli strumenti matematici che apprendono**. Ciò, anche in vista di una formazione pre-universitaria efficace per consentire di affrontare al meglio la sfida di lauree ad indirizzo scientifico.

Quali materiali

I materiali proposti consisteranno in un **kit di schede didattiche**, da analizzare e commentare negli incontri in presenza, e che successivamente i docenti potranno sperimentare nelle modalità e nei tempi che riterranno più opportuni nelle loro classi.

Essi provengono dalla letteratura di ricerca in didattica della matematica e soprattutto dal Rally Matematico Transalpino (www.armtint.org)

Primo incontro

Il percorso di formazione con i docenti si propone *di illustrare le molteplici possibilità di utilizzo didattico dell'argomentazione*, non soltanto nella costruzione e nella riflessione sui concetti, ma anche nell'attività di elaborazione e del controllo per la strategia risolutiva di un problema.

Gli stimoli forniti saranno *esemplificativi* di altri che il docente stesso potrà reperire e costruire, secondo le esigenze e le inclinazioni dei suoi studenti.

Primo incontro



Breve presentazione e inquadramento
della competenza argomentativa per la
didattica della matematica



Presentazione delle schede didattiche :
quali potenzialità?



seconda parte



Valutare le argomentazioni:



È possibile? Con quali obiettivi? Quali i
quadri di riferimento?

L'argomentazione

Nelle attività matematiche l'argomentazione viene comunemente intesa come **un aspetto della comunicazione tra i componenti di un gruppo al fine di discutere sui concetti, o costruire concetti**. Essa è utilizzata anche come **esplicitazione dei processi di pensiero, e della loro struttura**. Si tratta quindi di un'attività che si esplica prevalentemente attraverso un discorso verbale, orale o scritto.

Per argomentare “...si considerano quei processi eminentemente discorsivi che concernono il pensiero matematico; essi risultano da un **intreccio dialettico** tra *rappresentazioni simboliche* (i segni dell'aritmetica, le figure della geometria) e le *attività discorsive* su questi con cui il soggetto dà significato agli enunciati matematici, che **sono sempre di tipo misto** (segni specifici del linguaggio simbolico proprio della matematica e parole del linguaggio naturale)...” (*dal documento UMI, Matematica 2001*) .

Interazioni tra argomentazione e dimostrazione

"...La matematica ha un modo proprio di trattare i problemi, a differenza delle scienze sperimentali, in cui convivono argomentazione e dimostrazione. Questo perché nella matematica sono presenti aspetti intuitivi e sperimentali oltre ai ben noti aspetti formali o deduttivi.

Lo studioso che affronta un problema, nella ricerca della soluzione procede con argomentazioni che possono avere la forma di ragionamenti di tipo induttivo o euristico o ancora per analogia, generalizzazione o particolarizzazione. In questa fase non vi è nulla di sistematico: è questo il momento in cui la fantasia e il gusto del matematico hanno il sopravvento e a volte la strada corretta da percorrere è frutto di conclusioni errate che vengono usate come ispirazioni. **Una volta individuata la soluzione, la giustificazione della stessa è affidata alla capacità di sviluppare il pensiero formale rigoroso mediante dimostrazioni.** Infatti al ragionamento ipotetico deduttivo è affidato il compito che, ad esempio, in Fisica, è tenuto dall'esperimento concreto, cioè la conferma delle argomentazioni..."

(C. Marchini,2003)

1. ARGOMENTAZIONE

L'*argomentazione* è non soltanto strumento di comunicazione, ma contribuisce in modo sostanziale alla costruzione di concetti e motiva gli studenti a giustificare le proprie affermazioni e convinzioni, fornendo un notevole contributo alla formazione logica del pensiero.

Nel curriculum verticale di matematica fornisce un contributo essenziale alla costruzione del *discorso dimostrativo*

Dunque, l'argomentazione...

è un'attività *linguistica* che :

serve per *convincere sé stessi e altri* della *validità* delle nostre *affermazioni*

deve fondarsi su un *ragionamento*

può *negare* o *affermare* una tesi

a volte viene prodotta per dare spiegazioni in una fase euristica

.....

IL MODELLO DI TOULMIN

Argomentazione è un testo costituito da uno o più passi argomentativi concatenati. Un passo argomentativo è identificabile attraverso la presenza di un DATO (data), di una CONCLUSIONE (claim) e di una GARANZIA (warrant) che giustifica la validità della CONCLUSIONE tenuto conto del DATO.

A sua volta, il warrant può esplicitamente o implicitamente riferirsi a un insieme di conoscenze, principi, ecc. eventualmente organizzati in sistema: SUPPORTO (backing)



Il *pensiero teorico*

Nasce quindi successivamente il problema *dell'approccio al pensiero teorico*, necessario per fornire le teorie di riferimento.

L'approccio al pensiero teorico

Pensiero teorico

esercizio della razionalità teorica con questi requisiti:

- Validità delle affermazioni assunta consapevolmente come obiettivo da raggiungere e basata su warrant appartenenti a un sistema organizzato e coerente di conoscenze (“teoria”)
- Processi consapevoli di scoperta e validazione di affermazioni/proprietà secondo strategie adeguate per produrre affermazioni vere
- Forme di comunicazione adottate consapevolmente e coerenti con gli standard comunicativi della comunità di riferimento

(Boero,2011)

LOGICA e PENSIERO LOGICO

La **logica** studia la correttezza dei ragionamenti, rispetto a sistemi formali che la garantiscono

Il **pensiero logico** è un'attività del pensiero umano che va oltre i confini della logica, a volte si basa anche su *abitudini*, consuetudini riconosciute socialmente, *concezioni ingenuae* e non universalmente riconoscibili

La necessità per l'insegnamento

E' necessario, anzi indispensabile, che nell'*insegnare a ragionare a scuola* si parta dalle concezioni intuitive spontanee degli allievi, si indaghi su queste, si rilevi il loro modo spontaneo di giustificare affermazioni di tipo concreto, induttivo, deduttivo, in modo da comprendere in quale modo innestare canoni corretti e formali su queste attività del pensiero preesistenti.

Il valore formativo dell'argomentazione

Molta attenzione dovrà essere dedicata alla *verbalizzazione delle attività discorsive* che gli alunni esplicano nell'esplorare campi di esperienza: mai come in questo caso *le funzioni del linguaggio sono essenziali per la costruzione dei significati matematici* (nei due sensi detti sopra).

In tal modo l'attività discorsiva diventa *argomentazione matematica* e successivamente *dimostrazione*.

Nelle attività di risoluzione di problemi

gli studenti argomentano:

per **esplorare** consapevolmente una situazione problema o una configurazione geometrica e descriverne caratteristiche, proprietà varianti e invarianti, **ipotizzare** la validità di una strategia, **esplicitare** verbalmente, motivare e spiegare varie fasi di una procedura e dei risultati ottenuti, **spiegare** quando e perché **il controllo** ci ha consentito di rivedere la strategia ci consente di rivedere la strategia risolutiva, **riflettere** sulle procedure scelte e ritornare su queste scelte **motivandole**, **interpretare e reinterpretare** in un contesto i risultati ottenuti attraverso l'utilizzo di un **modello**.

L'argomentazione si esplica anche su diversi *livelli di competenza*

di fatto le varie prestazioni osservate suggeriscono che **la competenza argomentativa si evolve soprattutto attraverso la capacità di coordinare varie rappresentazioni (verbale, iconica, numerica o simbolica) nel rappresentare i problemi e la loro risoluzione.**

Costruire competenze argomentative

Gli allievi in matematica possono argomentare:

- *esplicitando il loro pensiero con i compagni e con l'insegnante*
- *verbalizzando procedure operative*
- *verbalizzando strategie risolutive*
- *giustificando razionalmente proprietà*
- *interagendo nella discussione di classe*
-

Per cominciare...

Analisi il problema della scheda di lavoro

ipotizzare possibili prestazioni dei ragazzi (inizio biennio)

evidenziare le difficoltà che potrebbero incontrare

ipotizzare quali esperienze significative gli allievi dovrebbero aver fatto sull'argomentazione nel passaggio alla scuola secondaria di secondo grado

Discussione

Come e perché motivare all'argomentazione

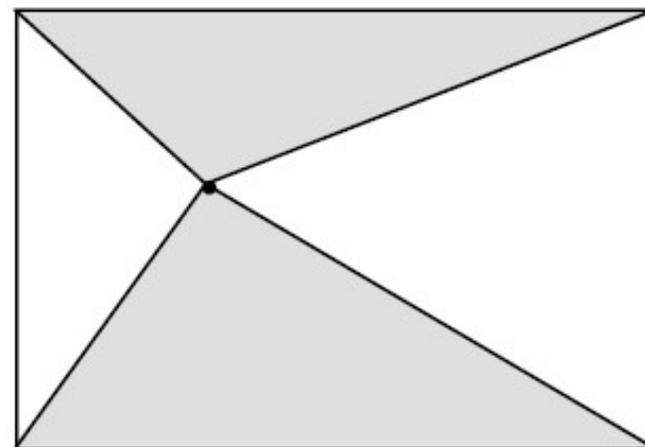
Scheda di lavoro: L'EREDITA'

Due fratelli ereditano un terreno di forma rettangolare. Per dividerlo in due parti della medesima estensione, un conoscente suggerisce loro di piantare un palo in un punto qualsiasi del terreno e congiungerlo ai quattro paletti infissi nei quattro vertici del terreno rettangolare.

Uno dei fratelli prenderà la parte colorata in grigio nel disegno, l'altro la rimanente.

Le due parti sono davvero uguali?

Giustificate il vostro ragionamento.



Argomentare per:

contrapporre punti di vista diversi su una situazione con argomenti nuovi o per confutare ragionamenti ritenuti errati (l'uso del controesempio)

sostenere ed espandere intuizioni altrui con ulteriori ragioni esplicitando assunti inespressi o collegando i fatti in gioco ad altri acquisiti in precedenza

Spiegare mettendo in luce connessioni tra dati e relazioni, facendo cogliere la catena dei fatti esposti

giustificare le ragioni di un assunto, alla luce di riferimenti che ne garantiscano la validità, esplicitando i fatti che la garantiscono ed oggettivando la connessione di tali ragioni

Seconda parte

Lavoro di gruppo:

Analizzare le argomentazioni fornite su:

- *attività di tipo geometrico*
 - *attività di tipo aritmetico-algebrico*
 - *attività di tipo logico*
-
- *ipotizzare una classificazione delle prestazioni argomentative analizzandone le caratteristiche che emergono;*
 - *quali indicazioni possono dare questi elaborati per una valutazione formativa degli studenti?*
 - *elencare possibili indicatori del livello di competenza argomentativa*

Analisi di protocolli

CONFRONTO CON ESPERIENZE COMPIUTE
RIFLESSIONI - DISCUSSIONE

Valutare le argomentazioni

è possibile?

con quali criteri

con quale obiettivo?

quali gli indicatori possibili?

Valutare argomentazioni

la valutazione della argomentazione in sé

la valutazione di una argomentazione in
relazione a chi la esprime e al contesto

Alcuni indicatori possibili

È di tipo particolare /generale

È impersonale / fa riferimento a ciò che ha fatto il soggetto

Fa riferimenti alla teoria

Arricchisce la figura aggiungendo segni, lettere, ecc.

Utilizza vari registri rappresentativi in maniera armonica

Il testo è comprensibile

Non fa ripetizioni

Non è tautologica

Utilizza in modo appropriato *connettori* di giustificazione/deduzione

Utilizza in modo appropriato schemi di ragionamento e indicatori di giustificazione /deduzione (frecce, ecc.)

Giustifica le affermazioni

La terminologia è appropriata e si compaiono termini specifici

.....
.

Alcuni criteri

poiché l'argomentazione ha due caratteristiche che la accomunano alle attività analoghe di tipo linguistico (testo argomentativo)

Andrebbero analizzate le due componenti essenziali:

Il linguaggio

Il pensiero logico

Alcuni criteri possibili

Criteri riguardanti il linguaggio:

Si esprime in maniera chiara e utilizza termini specifici

costruisce pensieri sintatticamente corretti

Utilizza con proprietà anche altri registri di rappresentazione (in sequenza, oppure ben correlati tra loro)

.....

Alcuni criteri possibili

Distingue con chiarezza *la tesi* dalle ragioni addotte

Riconosce i passi inferenziali

Non è tautologica

Ha ben chiara la “garanzia” del proprio ragionamento

Riesce a confutare una tesi

Usa con proprietà e chiarezza la negazione

Non effettua “inversioni” tra enunciati e ne legge con chiarezza la verità o falsità

.....