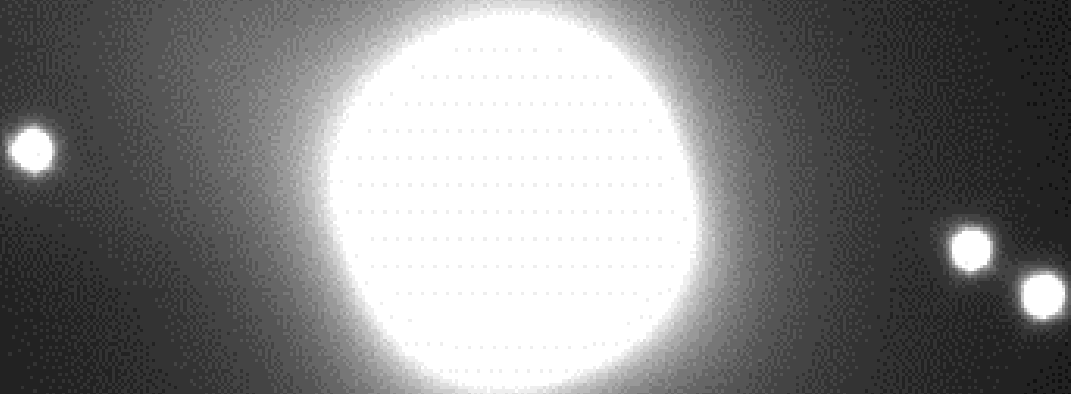


Merate, *Ruths*, 24/11/2010



Sulle orme di Keplero

stima della massa di Giove

Andrea Bracesco
Jacopo Prinetto
Federica Villa

Docenti di riferimento:
Maria Grazia Barzaghi e Paola Catera
LICEO SCIENTIFICO PAOLO FRISI MONZA

§0. Indice

| | | |
|-----|--------------------------------------|------|
| §1 | Introduzione | p. 1 |
| §2 | Descrizione progetto | p. 1 |
| §3 | Nozioni di astronomia | p. 2 |
| §4 | Nozioni di meccanica celeste | p. 2 |
| §5 | Nozioni di matematica e fisica | p. 3 |
| §6 | Descrizione telescopi utilizzati | p. 4 |
| §7 | Acquisizione delle immagini e misure | p. 4 |
| §8 | Rielaborazione dati | p. 6 |
| §9 | Conclusioni | p. 8 |
| §10 | Sviluppi futuri | p. 9 |
| §11 | Bibliografia | p. 9 |
| §12 | Sitografia | p. 9 |

§1. Introduzione

Il presente lavoro nasce dalla curiosità riguardo ai fondamenti scientifici delle spedizioni spaziali, scaturita in seguito alla lettura degli articoli riguardanti il lancio e le traiettorie della sonda *New Horizons* della NASA, lanciata il 19 gennaio 2006 con direzione Plutone. La sonda ha raggiunto Giove nel 2007 e si prevede l'arrivo nell'orbita di Plutone per il 2015.

Per ridurre i tempi della missione e il carico di carburante, la sonda ha eseguito il *fly-by* di Giove, sfruttando il così detto "effetto fionda", ossia l'aumento della velocità della sonda per effetto dell'attrazione gravitazionale esercitata dalla massa di Giove.

Il calcolo della massa di Giove è dunque essenziale per studiare la traiettoria della sonda. Stime della massa di Giove sono state realizzate anche (1973) con l'uso delle sonde *Pioneer*.

Ci siamo chiesti se, grazie a telescopi professionali, saremmo stati in grado di ottenere anche noi dei risultati sufficientemente precisi.

Abbiamo avuto la possibilità di fruire delle attrezzature dell'Osservatorio Astronomico di Brera – sede di Merate, e siamo stati guidati e coordinati dai professori Michele Bossi, Luciano Mantegazza e Monica Sperandio.

Ringraziamo inoltre i docenti del nostro Liceo che ci hanno sostenuto, le professoresse Paola Magnaghi e Tullia Norando del Laboratorio "effediesse" del Dipartimento di Matematica del Politecnico di Milano che ci hanno incoraggiato e i nostri compagni Stefan Radman e Andrea Santambrogio, che con i loro preziosi suggerimenti ci hanno permesso di portarlo a termine.

§2. Descrizione del progetto

Per il calcolo della massa di Giove abbiamo scelto di osservare il sistema costituito da Giove e dai quattro satelliti galileiani: Io, Europa, Ganimede, Callisto, nell'arco di tempo annuale in cui Giove è visibile.

Abbiamo acquisito e analizzato 792 immagini digitali del sistema Giove-satelliti galileiani, della Luna e delle Pleiadi, ottenute con CCD (*Charge-Coupled Device*, in italiano *Dispositivo a Carica Accoppiata*) collegate a telescopi messi a disposizione dall'OAB. Le immagini sono state acquisite in un arco temporale di tre mesi, sfruttando

gran parte del periodo in cui Giove e i satelliti sono visibili. Abbiamo misurato sulle immagini le distanze in pixel e individuato un fattore di conversione utilizzando come sistemi di riferimento la Luna o le Pleiadi, quindi attraverso un programma in linguaggio C++ -programma A- da noi elaborato (all. 1.1), sono state calcolate le “distanze proiettate”, cioè le componenti delle distanze perpendicolari alla linea di vista, espresse in km tra Giove e i suoi satelliti.

Tramite il programma VANIC.XL¹, scritto in FORTRAN D, e parallelamente attraverso un secondo nostro programma -programma B-, in C++, sono state ricavate le distanze medie in chilometri e i periodi di rivoluzione dei satelliti. Infine, utilizzando la spiegazione newtoniana della terza legge di Keplero, siamo giunti al calcolo della massa di Giove.

Abbiamo poi deciso di ripercorrere gli stessi passi utilizzando solo attrezzature “amatoriali” con l’obiettivo di individuare un progetto di sperimentazione didattica dell’Astronomia volto a valorizzare la possibilità di acquisire dati utili a verifiche didattiche di leggi fisiche e l’applicazione di tecniche di programmazione e di elaborazione matematica; secondo noi tale progetto potrebbe essere utilmente inserito nel curriculum della scuola superiore

§3. Nozioni di astronomia

3.1. Il sistema Giove-Satelliti Medicei

Giove è il primo dei pianeti gassosi ed è il più grande del Sistema Solare. Il suo diametro è 11 volte quello terrestre e il suo volume 1300 volte maggiore. Dista mediamente dalla Terra di 780 milioni di chilometri. Il suo periodo di rivoluzione è di circa dodici anni terrestri, quello di rotazione di circa 10 ore.

Attorno a Giove orbita un corteo, ad oggi stimato, di 63 satelliti, i principali sono i quattro galileiani, oggetto del nostro studio: Io, Europa, Ganimede e Callisto.

Tutti e quattro i satelliti presentano un diametro dell’ordine di 10^3 km, e quindi sono facilmente visibili dalla Terra

3.2. Le Pleiadi

Le Pleiadi sono un ammasso aperto di stelle visibile nella costellazione del Toro; nel nostro studio abbiamo fatto riferimento, al fine di ricavare il fattore di conversione, a due stelle in particolare: Alcyone e HD23608.

3.3. Coordinate Astronomiche

La posizione di un astro è definita in base a due angoli: declinazione e ascensione retta.

-Declinazione: distanza angolare del corpo celeste considerato dall’equatore celeste; si misura in gradi.

-Ascensione retta: angolo, misurato in senso antiorario da un osservatore ideale situato a Nord dell’equatore terrestre o in senso orario se l’equatore viene osservato da Sud, tra il meridiano fondamentale e il meridiano celeste passante per l’astro considerato; si misura in ore, minuti, secondi ($1^\circ=4\text{min}$). (all. 1.2)

§4. Nozioni di meccanica celeste

Le leggi fisiche utilizzate sono due:

4.1. Legge di Newton

¹ Fornitoci dal professor Michele Bossi

$$(1) \quad F = G \frac{m_G \cdot m_s}{d^2}$$

dove $G=6.67 \cdot 10^{-11} \text{Nm}^2/\text{kg}^2$.

Nel nostro progetto identifichiamo con m_G la massa di Giove, con m_s alternativamente le masse dei quattro satelliti galileiani e con d la distanza tra il pianeta e il satellite misurata in chilometri.

4.2. Terza Legge di Keplero

La terza legge di Keplero afferma che:

$$(2) \quad K = \frac{T^2}{d^3}$$

dove d è il semiasse maggiore (o il raggio medio) dell'orbita, T il periodo di rivoluzione e K una costante che dipende dal corpo celeste attorno al quale avviene il moto di rivoluzione.

Dalle due leggi sopra riportate si può ricavare infine l'equazione da noi utilizzata per il calcolo della massa di Giove:

$$(3) \quad m_G = \frac{4\pi^2 d^3}{G \cdot T^2}$$

§5. Nozioni di matematica e fisica

5.1 Interpolazione statistica e metodo dei minimi quadrati

Date due variabili X e Y di un fenomeno delle quali conosciamo n coppie di valori $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots (x_n, y_n)$ si dice che $y=f(x)$ è la funzione di interpolazione statistica dei dati se assume dei valori "vicini" a tutti i valori rilevati. Supponendo nota la forma analitica della funzione, è possibile, dopo aver adottato un criterio di accostamento ai dati, assegnare ai parametri (a, b, c, \dots) che ne determinano l'espressione dei valori che corrispondono all'interpolazione migliore.

Con il metodo dei minimi quadrati si scelgono i valori numerici dei parametri in modo che risulti minima la funzione σ^2 , detta *varianza*, media della somma dei quadrati degli scarti tra valore rilevato e valore corrispondente sulla funzione:

$$(4) \quad \sigma^2(a,b,c,\dots) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i))^2$$

La tecnica di ricerca di un minimo locale implica la risoluzione del sistema di equazioni ottenuto uguagliando a zero le *derivate parziali* della (4):

$$(5) \quad \begin{cases} \frac{\partial \sigma^2}{\partial a} = 0 \\ \frac{\partial \sigma^2}{\partial b} = 0 \\ \frac{\partial \sigma^2}{\partial c} = 0 \end{cases}$$

Risolto il sistema si ottengono i parametri a, b, c, \dots e quindi l'espressione analitica della funzione interpolante.

5.2 Il teorema di Fourier

Un qualsiasi segnale periodico di frequenza ν_0 può essere sempre scomposto in una serie di sinusoidi di frequenze $\nu_0, 2\nu_0, 3\nu_0, \dots$ (serie di Fourier); ν_0 è detta *frequenza fondamentale* mentre le sue multiple sono note come *armoniche*:

$$(6) \quad f_v(t) = k + \sum_{i=1}^n s_i \sin(2\pi i \nu_0 t) + c_i \cos(2\pi i \nu_0 t)$$

Nell'espressione t è la variabile tempo; rimangono dunque da determinare, nei casi concreti, il valore del termine costante k , nonché i valori dei parametri s_i e c_i di ciascuna delle funzioni sinusoidali presenti nella serie. Tali valori sono diversi da caso a caso, dipendendo dal particolare andamento del segnale $v(t)$ considerato.

§6. Descrizione dei telescopi utilizzati

Abbiamo utilizzato quattro telescopi:

Tre telescopi riflettori², situati a New York, Tokyo e Merate utilizzabili attraverso un sistema di controllo remoto con una semplice interfaccia web che permette di modificare tempi di posa, esposizione e filtri. (Per caratteristiche tecniche vedere all. 2.1).

Un telescopio, chiamato *Ruths*, riflettore, situato a Merate, dove ci siamo recati di persona per effettuare sul posto l'acquisizione della maggior parte dei dati. (all. 2.2)

Abbiamo provato inoltre ad acquisire immagini con l'ausilio di telescopi amatoriali (all. 2.3), rifrattori³, di nostra proprietà il cui utilizzo però deve ancora essere messo a punto (§10).

§7. Acquisizione delle immagini e misure

Nei giorni 25-29 ottobre, 2-8-12-17-22 novembre, 10-15-17 dicembre 2010 abbiamo effettuato le osservazioni presso la sede di Merate dell' OAB.

Nello stesso periodo, grazie al sistema di telescopi a controllo remoto ed utilizzando il software (quando questo era accessibile) abbiamo ottenuto immagini durante ventidue serate.

Dalle 792 immagini in totale acquisite ne abbiamo selezionate circa 450 (all. 2.4) idonee all'analisi, scartando quelle la cui acquisizione era stata disturbata da problemi tecnici che peggioravano sensibilmente la qualità delle immagini.

Dal 2 al 9 febbraio 2011 abbiamo acquisito immagini utilizzando una Canon EOS500D, con la collaborazione del professor Mariano Bottoli della nostra scuola

7.1. Problemi riscontrati durante l'acquisizione delle immagini

Telescopio Ruths:

- Inizialmente abbiamo rilevato nelle immagini la presenza di "ghosts" (all. 2.5), macchie e aloni causati dalla riflessione dei raggi nel sistema ottico del riduttore di

² Nel telescopio a riflessione la luce incide su uno specchio parabolico (primario) e viene concentrata su un secondo specchio (secondario)

³ Nei telescopi a rifrazione l'obiettivo è una lente.

focale. Il problema, poi risolto dai ricercatori dell'Osservatorio ha in parte inquinato le foto delle prime osservazioni.

- I filtri disponibili per attenuare la luminosità eccessiva di Giove, si sono rivelati talvolta insufficienti.

Telescopi a controllo remoto di New York, Tokyo e Merate:

- Hanno presentato talvolta dei problemi di *comunicazione utente-macchina*: non facilmente gestibili causa la necessità di interventi dei partner giapponesi.
- I montanti in metallo delle cupole tetraedriche in vetro, all'interno delle quali i telescopi di New York e Tokyo sono installati, hanno talvolta nascosto il sistema gioviano impedendo la acquisizione delle immagini

7.2. Analisi delle immagini

1) Utilizzando il programma di visualizzazione "Paint", da ogni immagine analizzata, al fine di determinare le distanze in pixel e il fattore di conversione, abbiamo registrato le coordinate di:

- centro di Giove e dei quattro satelliti;
- centro di Alcyone e HD23608;
- tre punti sul bordo esterno della Luna.

2) Abbiamo identificato ciascun satellite confrontando la posizione con cui si presentava nelle nostre immagini con quella fornitaci dal programma "Jupiter_2", programma di calcolo delle effemeridi di Giove (all. 3). Abbiamo assegnato ad ogni posizione un "verso": tracciando un ipotetico sistema di assi cartesiani e ponendo il centro di Giove nel punto di coordinate (0;0) associando segno (verso) positivo ai satelliti che occupavano la parte di piano a est rispetto al pianeta, negativo a quelli nella parte ovest (all. 3).

7.3. Fattore di conversione

Per trasformare le distanze da pixel a chilometri, abbiamo dovuto trovare un fattore di conversione (F_C); che è stato individuato per ogni telescopio utilizzando due diversi riferimenti: la Luna o le Pleiadi.

• Procedimento che sfrutta le immagini della Luna

Il vantaggio nell'utilizzo della Luna è la sua riconoscibilità sulla sfera celeste; lo svantaggio è che talvolta il bordo lunare non risulta netto per la presenza di monti e crateri e per effetto della luminosità quindi la precisione nella determinazione del centro lunare non è accurata. Inoltre per il telescopio *Ruths*, a causa dell'ingrandimento molto elevato del telescopio, in alcune immagini è visibile solo una piccola porzione del bordo lunare e i tre punti scelti per l'interpolazione della circonferenza sono così ravvicinati tra loro da sembrare quasi allineati.

Per il calcolo del fattore di conversione da pixel a chilometri è necessario conoscere:

- la distanza Terra-Luna⁴ (d_{T-L}) in km nel giorno e nell'ora in cui è stata acquisita l'immagine
- la distanza Terra e Giove⁵ (d_{T-G}) in km nel giorno e nell'ora in cui è stata acquisita l'immagine
- il raggio medio in km della Luna (r_{Lkm})
- il raggio medio in pixel della Luna (r_{Lpixel}).

⁴ Fornita dal programma "Stellarium"

⁵ Fornita dal programma "Jupiter_2."

La formula idonea al calcolo di F_C è

$$(7) \quad F_C = \frac{r_{Lkm} \cdot d_{T-G}}{r_{Lpixel} \cdot d_{T-L}}$$

• **Procedimento che sfrutta le immagini delle Pleiadi [ALCYONE e HD23608]**

Per quanto riguarda la scelta del sistema di riferimento delle Pleiadi, l'ostacolo principale è il riconoscimento delle singole stelle all'interno dell'ammasso; il vantaggio è la visibilità dell'ammasso durante tutto l'arco dell'anno.

Il calcolo del fattore di conversione prevede di individuare

1) la distanza angolare (d_{ang}) tra le due stelle, misurata in secondi d'arco; a tale scopo è necessario conoscere le coordinate celesti di Alcyone e di HD23608:

- l'ascensione retta di Alcyone⁴ (A_{al}) e di HD23608⁴ (A_{HD}).

- la declinazione di Alcyone⁴ (Dec_{al}) e di HD23608⁴ (Dec_{HD})

- la declinazione media (\overline{Dec}), media aritmetica tra le due declinazioni.

La formula per il calcolo della distanza angolare è la seguente:

$$(8) \quad d_{ang} \approx \sqrt{(A_{al} - A_{HD})^2 \cos^2 \overline{Dec} + (Dec_{al} - Dec_{HD})^2}$$

ottenuta la distanza angolare, la si converte in radianti (d_{rad}).

2) sulle immagini la distanza in pixel (d_{pixel}) tra Alcyone e HD23608.

3) la distanza Terra-Giove⁵ in km (d_{T-G}) nel giorno dell'osservazione.

Si ottiene il fattore di conversione mediante la formula:

$$(9) \quad F_C = \frac{d_{rad}}{d_{pixel}} \cdot d_{T-G}$$

§8. Rielaborazione dati

Abbiamo inserito tutti i dati raccolti nel programma A ed ottenuto in output i valori delle distanze proiettate dei satelliti da Giove, in chilometri.

Successivamente abbiamo intrapreso due percorsi paralleli: il primo facendo riferimento al programma VANIC.XL, completo di analisi degli errori sulle singole misure (frequenza, periodo e raggio medio), il secondo facendo riferimento al programma B, che, pur con un'approssimazione meno precisa, ci ha comunque permesso di arrivare a stimare la massa di Giove in completa autonomia.

8.1. Percorso con il programma VANIC.XL

Il programma calcola, per ogni satellite, i parametri orbitali (distanza media e periodo), fornisce il grafico dell'elongazione in funzione della fase (all. 4) e un grafico dell'andamento della funzione $F(v)$ che rappresenta la frazione di riduzione della varianza (all. 5); inoltre consente di ricavare le barre di errore.

Per individuare la sinusoidale $f_v(t) = s \sin(2\pi vt) + c \cos(2\pi vt) + k$ che rappresenta meglio la nostra serie di dati, il programma esegue i seguenti passi:

- riceve in input un numero n di distanze proiettate del Satellite da Giove (in km) e i corrispondenti tempi "assoluti" (in s) delle rilevazioni di ciascuna immagine, ponendo come $t = 0$ il momento della prima rilevazione.

- Fissata una frequenza ν , minimizza la media dei quadrati degli scarti (*varianza*), $\sigma^2(s, c, k)$ tra le misure e la loro rappresentazione analitica determinando così i valori delle variabili indipendenti s , c e k . (vedere all. 6)
- Determinata la varianza iniziale σ_o^2 della serie di dati (ossia la media dei quadrati dei loro scarti dal valor medio della serie), esplora l'intervallo di frequenze entro il quale si ritiene siano contenute quelle delle sinusoidi che compongono il segnale. Per ciascuna di esse calcola la frazione di riduzione della varianza

$$(10) \quad F(\nu) = \frac{\sigma_o^2 - \sigma^2(\nu)}{\sigma_o^2}$$

che è possibile ottenere dall'ipotesi che una sinusoidale di frequenza ν sia effettivamente presente nel segnale. Il termine $\sigma^2(\nu)$ che compare nella (10) indica il valor minimo assunto dall'espressione. $\sigma^2(s, c, k)$

- Stimata la frequenza determina, con il metodo dei minimi quadrati, i parametri della funzione $f_\nu(t)$ che approssima meglio i dati, includendo ora, oltre ai valori di s , c e k , anche quello della frequenza stessa.
- Ottiene la stima della frequenza, dell'ampiezza complessiva $a = \sqrt{s^2 + c^2}$, della fase e del valor medio della sinusoidale che meglio approssima i dati, attribuendo anche a tali parametri le relative barre di errore.

Si è supposto che il *rumore* prodotto dagli errori di misura sia *rumore bianco*, ossia che gli scarti tra il valore misurato e il segnale, prodotti dall'imprecisione di ciascuna misura, siano tra loro del tutto indipendenti. In realtà, non è sempre così, dal momento che una cattiva taratura dello strumento che usiamo potrebbe introdurre negli errori una componente sistematica che va sempre nello stesso senso, o quantomeno influisce nello stesso senso su sottoinsiemi significativi di misure consecutive.

8.2. Percorso autonomo (programma B, all. 6.1)

Il programma calcola i parametri orbitali (distanza media e periodo) di un dato satellite; sfruttando la (3) ricava la massa del pianeta.

Per il calcolo dei parametri orbitali il programma esegue i seguenti passi:

- riceve in input un numero n di distanze proiettate del Satellite da Giove (in km) e i corrispondenti tempi "assoluti" (in s) delle rilevazioni di ciascuna immagine, ponendo come $t = 0$ il momento della prima rilevazione
- procede ad un calcolo approssimato della distanza media del Satellite da Giove attraverso la media delle distanze apparenti e ottiene il valore medio assunto dalla sinusoidale nel suo periodo ($\bar{d}\pi/2$ ⁶).

Notiamo che \bar{d} è tanto più significativa quanto più i dati rilevati si distribuiscono in tutto il periodo; per avere una media affetta da un minor errore, abbiamo osservato che è più conveniente acquisire immagini in un arco di tempo breve (una o due settimane al massimo)

⁶ Teorema del "valore medio"

- interpola sulla base di questi valori la funzione sinusoidale che descrive il moto del satellite proiettato sul piano dell'osservatore (piano perpendicolare alla congiungente Terra-Giove):

$$(11) \quad d = r \cos(\omega t + \varphi)$$

dove r è il raggio approssimato dell'orbita del Satellite e φ è la fase dalla sinusoidale che si ricava $\varphi = \arccos(d_1/r)$, dove d_1 è la distanza apparente del satellite al tempo $t=0$.

- Scelto a piacere un parametro h , individua due sinusoidi:

$$(12) \quad d = r \cos(\omega t + \varphi) \pm h$$

continua ad analizzare periodi crescenti finché i punti dati in input non restano all'interno dell'area compresa tra le due sinusoidi traslate. Giunti a questo punto si è individuato il periodo del satellite con buona approssimazione.

- Sfrutta il periodo così individuato per trovare un valore meglio approssimato del raggio dell'orbita, attraverso un ciclo analogo al precedente
- Calcola l'elongazione teorica dei satelliti, la confronta con quella rilevata inizialmente nelle immagini e, se questi due valori divergono più del 30%, riavvia il calcolo da principio, aumentando il periodo iniziale, dato in input, di 6 ore.
- Il programma esegue un ulteriore controllo: se i dati sono sporchi e le sinusoidi sopra citate sono troppo 'vicine', il programma non esce dal ciclo e, superato un determinato valore di periodo orbitale (solitamente 30 giorni), viene reiniziato il ciclo e aumentato il valore h di 1000 km.

§9. Conclusioni

Abbiamo inserito nella formula (3) i valori orbitali ottenuti per ciascun satellite per ricavare una stima della massa gioviana, ottenendo quattro diversi valori di massa, uno per ciascun satellite.

Per calcolare l'errore sul valore della massa ricavata dai singoli satelliti, abbiamo applicato i principi fondamentali della teoria di propagazione dell'errore.

Abbiamo quindi proseguito calcolando la media (aritmetica) sulle varie masse e l'errore percentuale su questa media.

Abbiamo ottenuto risultati differenti con i due programmi (VANIC.XL o programma B):

- con il programma VANIC.XL abbiamo ottenuto una stima della massa gioviana diversificata a seconda del riferimento usato nel calcolo del fattore di conversione:
 - la stima della massa con calcolo del fattore di conversione sulle Pleiadi è risultata essere di $(1,83 \pm 0,42) \cdot 10^{27}$ kg, con un errore di circa 3,5% rispetto alla massa effettiva di Giove (all. 7).
 - La stima della massa con il calcolo del fattore di conversione sulla Luna è risultata essere di $(1,77 \pm 0,40) \cdot 10^{27}$ kg, con un errore di circa 6% rispetto alla massa effettiva di Giove (all. 8).
- Con il programma B abbiamo ottenuto una stima della massa di $1,75 \cdot 10^{27}$ kg, con un errore, rispetto alla massa effettiva di Giove, di circa 8%.

Abbiamo corretto le frequenze risultanti dalle analisi per riportarle a quelle che verrebbero osservate da un sistema inerziale, ma non abbiamo ottenuto differenze significative nella stima della massa, infatti la differenza risulta essere dell'ordine dello 0,03% (all. 7 e 8).

L'errore ottenuto si può considerare come conseguenza sia di errori casuali che sistematici. Gli errori casuali sono dovuti in larga parte alla difficoltà nella scelta dei punti delle immagini da impiegare per ottenere tutte le misure; tale errore si propaga poi nella conversione da pixel a chilometri.

L'analisi del grafico (all. 4) mette in evidenza anche errori di tipo sistematico che ci proponiamo di analizzare in futuro.

§10. Sviluppi futuri

Riguardo a possibili sviluppi del nostro lavoro, ci riproponiamo di:

- Ridurre eventuali errori sistematici dovuti agli strumenti.
- Ridurre eventuale propagazione di errori nella trasformazione delle distanze (fattore di conversione).
- Rendere più agevole l'uso del programma A.
- Completare il programma B con l'aggiunta del calcolo degli errori durante il fit della sinusoide.
- Mettere a punto il lavoro con telescopi amatoriali. In particolare è necessario rendere più stabile la montatura del nostro telescopio. Abbiamo osservato infatti che una serie di movimenti ondulatori della struttura ha ridotto la precisione delle immagini acquisite.
- Completare l'analisi delle immagini amatoriali acquisite con l'uso della Canon EOS500D

§11. Bibliografia

- PIERPAOLO RICCI, *Almanacco astronomico 2010*, <http://www.pierpaoloricci.it/>
- MICHELE BOSSI, *Perché la Luna non cade sulla Terra*, INAF – Osservatorio Astronomico di Brera (Merate);
- MASSIMO CRIPPA, MARCO FIORANI, *Geografia generale: Astronomia e astrofisica, geologia, geografia fisica*.

§12. Sitografia

- Pagina web del programma Stellarium.exe, <http://www.stellarium.org/it/>;
- Pagina web del programma Celestia.exe, <http://www.shatters.net/celestia/>;
- Pagina web del programma Jupiter2.exe, <http://www.astrosurf.com/rondi/jupiter/>;
- Pagina web del programma WxDevC++.exe, <http://www.wxdsng.sourceforge.net/>