



Matteo Panzeri, Marco Passoni, Davide Stucchi

**Liceo Scientifico Statale "Maria Gaetana Agnesi"
Merate (LC)**

Docente di Riferimento: Prof.ssa Maria Airoidi

Indice

§1	Introduzione	p. 1
§2	Storia della meridiana	p. 1
§3	Progettazione	p. 3
	3.1 Scelta del tipo di meridiana	p. 3
	3.2 Determinazione delle linee orarie	p. 3
	3.3 Determinazione delle curve di declinazione	p. 5
	3.4 Software informatici utilizzati	p. 7
§4	Installazione della meridiana e prova della funzionalità	p. 8
	4.1 Realizzazione del quadrante definitivo	p. 8
	4.1.1. Scelta del materiale per il piano della meridiana	p. 8
	4.1.2. Scelta dello gnomone	p. 8
	4.1.3. Scelta dello sfondo e del motto	p. 8
	4.1.4. Scelta del sito	p. 8
	4.2 Allineamento del quadrante solare	p. 8
	4.3 Come leggere la meridiana	p. 9
	4.4 Prove della funzionalità	p. 9
§5	Come estendere il progetto	p. 9
§6.	Bibliografia - Sitografia	p. 10

§1. Introduzione

Il presente lavoro nasce dalla curiosità riguardo ai metodi di misurazione del tempo diffusi nell'età ellenistica e romana ed in particolare riguardo ai fondamenti scientifici necessari per la costruzione di un quadrante solare. I popoli più antichi, costruendo meridiane, hanno utilizzato il moto del Sole per poter misurare lo scorrere del tempo.

Ci siamo chiesti se, con alcune conoscenze fondamentali di astrometria e di geometria proiettiva, fosse effettivamente possibile progettare un quadrante solare funzionante ad una particolare latitudine. La determinazione delle linee orarie e delle curve di declinazione è stata affrontata e risolta per via trigonometrica come problema di geometria nello spazio.

L'obiettivo della realizzazione della meridiana è risultato così affascinante anche perché in sintonia con un desiderio di conoscere e rivalutare, alla luce delle attuali conoscenze, strumenti antichi, per salvarli dalle insidie di quello stesso tempo che magari per secoli hanno misurato.

Durante tale opera di progettazione, abbiamo avuto il supporto dei professori Michele Bossi e Monica Sperandio della sezione di Merate (LC) dell'Osservatorio Astronomico di Brera e della professoressa Maria Airoidi del nostro liceo.

Ringraziamo inoltre le professoressa Paola Magnaghi e Tullia Norando, del Dipartimento di Matematica del Politecnico di Milano che ci hanno guidato e sostenuto.

Ringraziamo anche i nostri compagni Diego Riva e Roberto Bellini (autore, tra l'altro, del motto riportato sulla meridiana) per aver collaborato durante lo sviluppo del progetto.

§2. Storia della meridiana

Già nella preistoria, il sorgere e il tramontare del Sole indicavano all'uomo una prima, seppur rozza, divisione del tempo caratterizzata dall'alternarsi del dì e della notte e dal lento spostarsi delle ombre durante il corso del dì. Questa fu, con tutta probabilità, l'idea che portò all'invenzione dei primi orologi solari. Tuttavia, per poter osservare i primi strumenti per la misurazione del tempo, dobbiamo

attendere l'età ellenistica. Gli antichi Greci, infatti, pur avvalendosi per lo più di semplici strumenti (come le clessidre), ci hanno lasciato alcuni esempi di grande ingegneria, se rapportati al periodo storico in cui ci troviamo, come i sofisticati orologi ad acqua ed i quadranti solari. Questi ultimi, in particolare, sono gli archetipi delle meridiane, formate da un'asta, lo gnomone, fissata verticalmente su una superficie piana o emisferica. L'ombra della punta dello gnomone descriveva, nel corso di un giorno solare, una curva sulla superficie piana, oppure un arco di circonferenza sulla superficie emisferica. Sulla superficie erano tracciate le varie linee orarie che indicavano l'ora esatta in ogni periodo dell'anno. A causa della loro precisione erano usate quando le condizioni atmosferiche lo permettevano, per tarare gli altri tipi di orologi.

In epoca ellenistica non mancarono nemmeno altri tipi di orologi solari tra i quali l'orologio sferico che consisteva in una sfera di roccia fissata alla Terra, in modo che la sua posizione fosse sempre solidale a quella del nostro pianeta. La sfera veniva illuminata dal Sole in punti diversi nei vari momenti della giornata; era sempre illuminata per metà e l'ora poteva essere letta osservando la posizione della linea di separazione fra la parte illuminata e quella buia, poiché, ad una determinata ora corrispondeva un determinato segno tracciato sulla sfera. Su questo tipo di orologio si poteva non solo leggere l'ora ma anche il periodo dell'anno con sufficiente precisione. Un orologio di questo tipo fu ritrovato a Matelica (MC) ad opera dell'archeologo Danilo Baldini nel 1985.

A Roma l'astronomia giunse solo in età repubblicana e fu coltivata per scopi puramente pratici, come la navigazione e l'agricoltura. L'interesse per l'astronomia raggiunse il culmine con la figura di Giulio Cesare che mise a punto la riforma del calendario, il calendario Giuliano, introducendo l'anno bisestile.

Dal punto di vista tecnico, fondamentale fu la figura di Marco Vitruvio Pollione che, nel I secolo a.C., nel trattato *De Architectura*¹, espose le tecniche e le modalità per la costruzione di una meridiana.

Una delle più grandi meridiane dell'era romana fu costruita nel Campo Marzio dall'imperatore Augusto e perciò prese il nome di Horologium Augusti e utilizzava come gnomone un obelisco egizio alto 30 metri. Quella meridiana tuttavia non funzionava correttamente: l'architetto aveva copiato il progetto di un orologio solare costruito ad Alessandria d'Egitto senza tenere conto delle differenze di latitudine tra l'Urbe e la località egiziana. L'Horologium, quindi, venne dimenticato e divenne cava di marmo e bronzo.

Durante il Medio Evo venne abbandonata l'abitudine di costruire meridiane e quadranti solari, ma venne ripresa all'inizio del Rinascimento, quando abili architetti e maestri costruttori concentrarono le loro attenzioni non tanto nella costruzione di quadranti solari, quanto di meridiane a camera oscura.

Queste consistevano in un ambiente sufficientemente buio, come la navata di una chiesa, che poteva essere agevolmente illuminato da un sottile raggio di luce solare che penetrava da un piccolo foro posto sulle pareti o sul tetto o sulle cupole. Il foro doveva essere in posizione tale che il fascio di luce potesse penetrare ogni giorno al momento del mezzogiorno vero locale ed una linea sul pavimento indicava lo spostamento del raggio di luce durante il corso dell'anno con tacche che permettevano di individuare il periodo dell'anno in cui ci si trovava.

Alcuni famosi esempi di meridiane a camera oscura si possono ammirare tuttora nella cattedrale di Santa Maria del Fiore a Firenze, nella basilica di San Petronio a Bologna, nel Duomo di Milano e nella basilica di Santa Maria degli Angeli a Roma.

¹ Marco Vitruvio Pollione (I secolo a.C.), *De Architectura*, Libro IX.

§3. Progettazione della meridiana

3.1. Scelta del tipo di meridiana

Dal momento che la storia ci ha lasciato moltissimi esempi di quadranti solari, ci sembra opportuno per prima cosa scegliere il tipo di quadrante solare in relazione alla posizione che deve occupare e agli strumenti tecnici che abbiamo a disposizione.

Il progetto di una meridiana sferica, simile ai globi di Matelica e di Prosymna, avrebbe il pregio dell'originalità, poiché possiamo ammirarne solo rarissimi esemplari, e quello di una progettazione relativamente semplice. Inoltre da una sua lettura accurata, si potrebbero ricavare anche altri dati: per esempio, segnando sul globo nella posizione corretta alcune città, si potrebbero conoscere in tempo reale i momenti di alba e tramonto del Sole.

Tuttavia, un progetto del genere è difficilmente realizzabile a causa di motivi logistici e tecnici: in primo luogo, per garantire una sufficiente precisione, dovremmo avere a disposizione una sfera sufficientemente grande, del diametro di circa un metro, di un materiale che sia abbastanza resistente. Una tale sfera sarebbe poderosa e difficilmente trasportabile e orientabile. Optando per un orologio del genere, la lettura risulterebbe oltremodo difficoltosa ed imprecisa: infatti i raggi luminosi giungono dal Sole radenti sulla Terra, generando il fenomeno del crepuscolo, perciò non sarebbe possibile individuare un terminatore² netto sulla sfera e non consentirebbe un'analisi dei dati accurata. Inoltre, non devono essere trascurate nemmeno le difficoltà tecniche del progetto, che riguardano principalmente l'impossibilità, coi mezzi a nostra disposizione, di effettuare incisioni precise su superfici curve.

Per questi motivi, abbiamo optato per una meridiana con quadrante piano. In particolare abbiamo scelto il piano orizzontale, dal momento che un quadrante solare verticale d'estate non potrebbe sfruttare tutte le ore di luce e quindi, in tal caso, sarebbe necessario moltiplicare i quadranti, come accadeva sulla Torre dei Venti di Atene. Un solo quadrante orizzontale, al contrario, se posto lontano da ostacoli, riceve la luce del Sole in ogni momento della giornata e in tutti i giorni dell'anno.

3.2. Determinazione delle linee orarie

Per determinare la posizione delle varie linee orarie, abbiamo utilizzato alcuni teoremi di trigonometria, necessari per effettuare le proiezioni dello gnomone, a seconda della posizione del Sole, su una superficie piana.

Al fine di semplificare il calcolo, abbiamo preso in considerazione le proiezioni delle varie ombre solo nella giornata dell'equinozio; infatti la durata del dì all'equinozio è esattamente di 12 ore in qualunque parte del globo e quindi ad un'ora corrisponderanno esattamente sia la dodicesima parte del dì, sia uno spostamento del Sole sulla sfera celeste pari a 15° . [Appendici D e E]

Nella descrizione del metodo si utilizzano le seguenti notazioni:

h - altezza dello gnomone

O - punto di intersezione tra l'ipotenusa dello gnomone e il piano del quadrante solare

V - apice dello gnomone

M - punto raggiunto dall'ombra dello gnomone il giorno dell'equinozio a mezzodì

² Il terminatore è quella linea che divide la parte illuminata e la parte in ombra di un corpo celeste. A causa dei fenomeni di diffusione della luce causati dall'atmosfera, sulla Terra non è possibile individuare un terminatore netto, è invece possibile determinarlo con maggior precisione sui corpi celesti privi di atmosfera (come la Luna).

P_n - punto raggiunto dall'ombra dello gnomone il giorno dell'equinozio all'ora n (tale punto sarà necessario per individuare la linea oraria vera e propria).
 φ - latitudine del luogo

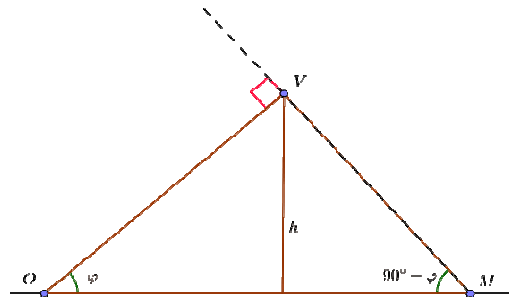


Figura 1. Ombra dello gnomone a mezzodì del giorno dell'equinozio

Lo gnomone, che indica il Polo Nord Celeste, dovrà essere inclinato dell'angolo φ . Poiché al mezzodì degli equinozi, in ciascun punto della Terra, l'altezza del Sole vale $90^\circ - \varphi$, si può concludere che, in quei momenti, i raggi del Sole giungeranno sulla Terra perpendicolari allo gnomone stesso. Di conseguenza, ponendo un piano perpendicolare allo gnomone OV e passante per V , i raggi del Sole giungeranno a Terra radenti a quel piano, quindi delle linee rette su tale piano, e passanti per V , potrebbero indicare la direzione dei raggi solari in ogni momento della giornata. In particolare, su quel piano, una semiretta uscente da V e diretta verso Nord indicherebbe la direzione dei raggi a mezzodì, e tutte le altre semirette orarie sarebbero egualmente uscenti da V , ma ruotate di 15° in direzione Ovest, per ciascuna ora prima del mezzodì, o verso Est, per ciascuna ora dopo il mezzodì.

I punti P_n sono i punti in cui queste semirette intersecano il piano del quadrante solare. Dal momento che tutte le semirette orarie sul quadrante solare hanno origine comune in O , abbiamo individuato per ciascuna linea oraria due punti P_n e O che sono sufficienti per tracciare le linee orarie.

Il punto P_n è inoltre vertice di due triangoli rettangoli in M (rispettivamente OP_nM e VP_nM); usando i teoremi di trigonometria piana, possiamo ricavarne la posizione.

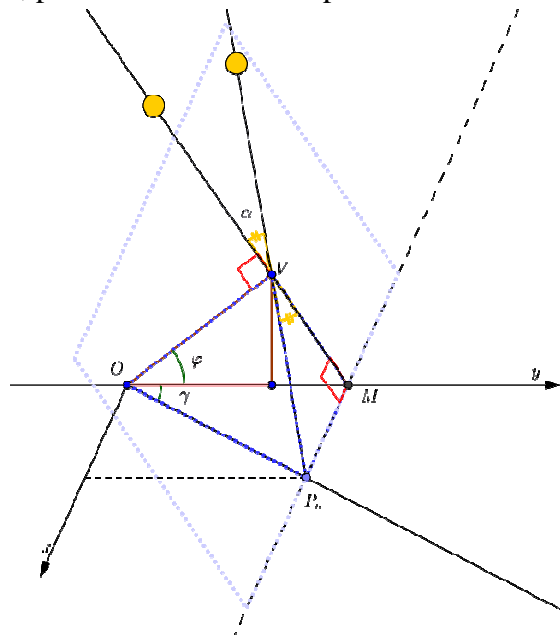


Figura 2. Costruzione della linea oraria OP_n

Si consideri prima il triangolo OVM , rettangolo in V , per esso varrà la relazione

$$VM = \frac{h}{\operatorname{sen}(90^\circ - \varphi)} = \frac{h}{\operatorname{cos}\varphi} \quad (3.1)$$

e per il triangolo VP_nM , rettangolo in M , varrà invece la relazione

$$P_nM = VM \cdot \operatorname{tg}\alpha = \frac{h}{\operatorname{cos}\varphi} \cdot \operatorname{tg}\alpha \quad (3.2)$$

dove α è l'angolo formato tra la semiretta dell'ora considerata e quella del mezzodì sul piano perpendicolare allo gnomone.

Se indichiamo poi con γ l'angolo della linea oraria sul quadrante solare (corrispondente all'angolo in O di P_nOM), sappiamo che

$$P_nM = \operatorname{tg}\gamma \cdot OM = \frac{h \cdot \operatorname{tg}\gamma}{\operatorname{cos}\varphi \cdot \operatorname{sen}\varphi} \quad (3.3)$$

ed eguagliando le equazioni (3.2) e (3.3) si ottiene che

$$P_nM = \frac{h \cdot \operatorname{tg}\gamma}{\operatorname{cos}\varphi \cdot \operatorname{sen}\varphi} = \frac{h}{\operatorname{cos}\varphi} \cdot \operatorname{tg}\alpha \Rightarrow \operatorname{tg}\gamma = \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{sen}\varphi \Rightarrow \gamma = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{sen}\varphi) \quad (3.4)$$

Sapendo che la linea meridiana corrisponde alla linea del mezzodì locale, le linee delle 11 e delle 13 formeranno con essa un angolo, rispettivamente verso Ovest e verso Est, pari all'angolo γ quando $\alpha=15^\circ$, quelle delle 10 e delle 14 un angolo pari all'angolo γ quando $\alpha=30^\circ$ e così via.

La linea del mezzogiorno, tenendo conto della longitudine³ λ del luogo, non si otterrà per un angolo $\alpha=0^\circ$, ma per un angolo $\alpha=15^\circ - \lambda$, se vogliamo costruire un orologio che segni l'ora del fuso orario di riferimento.

Inoltre le linee delle ore 6 e delle ore 18 sono perpendicolari alla linea del mezzogiorno in O e le linee corrispondenti alle ore 5, 19 e 20 si ottengono prolungando oltre O le semirette già tracciate che si trovano ad un intervallo di 12 ore, perché sono determinate da posizioni diametralmente opposte del Sole rispetto al centro della sua traiettoria.

3.3. Determinazione delle curve di declinazione

Analizziamo a questo punto il metodo adottato per determinare le curve di declinazione: si tratta di iperboli le cui equazioni sono state ricavate per punti. Per rappresentare graficamente queste curve è necessario orientare un piano cartesiano in maniera opportuna, ossia facendo coincidere l'origine con il punto O e l'asse Y con la direzione e il verso di OM . I vertici delle iperboli sono punti appartenenti all'asse Y , aventi come ordinata il valore della lunghezza dell'ombra proiettata sul piano a mezzogiorno.

In un qualsiasi giorno del periodo autunno-inverno, i raggi solari a mezzogiorno non sono diretti perpendicolarmente allo gnomone, ma presentano una inclinazione minore rispetto a quella che si registra alla stessa ora in un giorno di equinozio. Indicando con δ la declinazione del Sole, indichiamo con $90^\circ + \delta$ il supplementare dell'angolo compreso tra il raggio incidente e lo gnomone stesso, valutato in senso antiorario [Appendici D e E]. Indicando con N il punto di incidenza del raggio sul quadrante solare, si può ricavare l'angolo VNO , ossia l'angolo di incidenza del raggio sulla superficie del quadrante. Conoscendo questi due angoli e la lunghezza dello gnomone, è possibile, applicando il teorema dei seni, ricavare il valore di ON , ossia la lunghezza dell'ombra dello gnomone. Questo valore corrisponde all'ordinata del vertice della linea di declinazione relativa a quel preciso giorno dell'anno.

³ La longitudine λ del liceo Agnesi di Merate (LC) corrisponde a $9^\circ 25' 33''$ E

La formula per il calcolo di ON è la seguente:

$$ON = \frac{VO \cdot \cos \delta}{\cos (\varphi + \delta)} \quad (3.5)$$

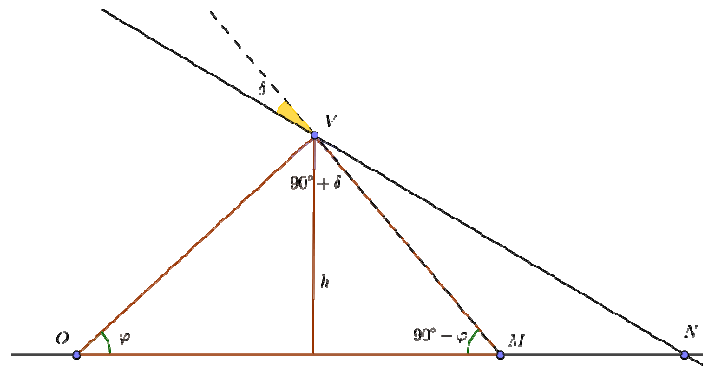


Figura 3. Ombra dello gnomone a mezzogiorno di un giorno del periodo autunno-inverno

Con un ragionamento analogo, è possibile ricavare l'equazione per il calcolo della lunghezza dell'ombra a mezzogiorno di un qualsiasi giorno del periodo primavera-estate. In questo caso indichiamo il supplementare dell'angolo compreso tra lo gnomone ed il raggio solare come $90^\circ - \delta$ valutato in senso antiorario.

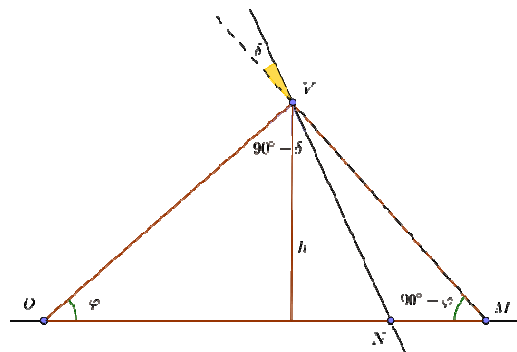


Figura 4. Ombra dello gnomone a mezzogiorno in un giorno del periodo primavera-estate

Ora procediamo al calcolo della lunghezza dell'ombra dello gnomone valutata in una data ora del giorno in cui la semiretta oraria formi l'angolo γ con la linea Nord-Sud, come determinato nel paragrafo precedente.

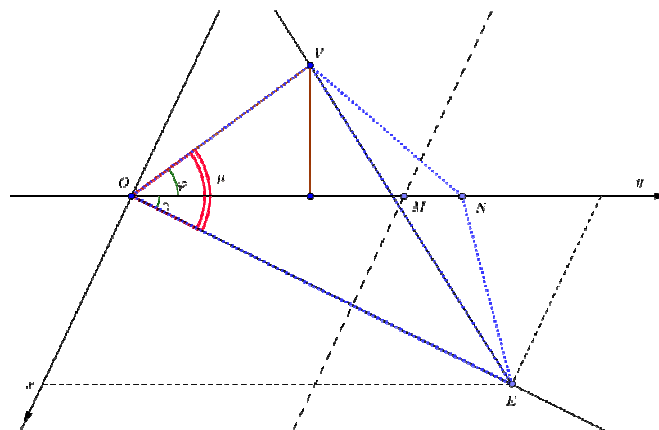


Figura 5. Costruzione dell'ombra OE dello gnomone OV ad una determinata ora del giorno

Se chiamiamo OE il segmento che esprime questo valore, possiamo concludere che esso giace su una semiretta oraria, che abbiamo già determinato in precedenza (cfr. equazione 3.4). In questo modo risulta possibile calcolare le coordinate del punto E, rispetto al sistema di riferimento precedentemente fissato, valutando la misura delle proiezioni del segmento rispettivamente sull'asse delle ascisse e sulla linea meridiana, che coincide con l'asse delle ordinate. Sapendo che O e V sono i due estremi dello gnomone, che ON è il segmento che esprime il valore della lunghezza dell'ombra a mezzogiorno, giacente sulla linea meridiana, e che φ è l'angolo compreso tra gnomone e piano orizzontale, indichiamo con μ l'angolo EOV del tetraedro VNEO, con γ l'angolo EON della semiretta oraria, con β l'angolo compreso tra i due piani VNO e NOE.

Per le proprietà dei tetraedri vale la relazione

$$\cos\mu = \cos\varphi \cdot \cos\gamma + \sin\varphi \cdot \sin\gamma \cdot \cos\beta \quad (3.6)$$

ma essendo $\cos\beta = 0$ (poiché $\beta = 90^\circ$) risulta

$$\cos\mu = \cos\varphi \cdot \cos\gamma \Rightarrow \mu = \arccos(\cos\varphi \cdot \cos\gamma) \quad (3.7)$$

Conoscendo il valore dell'angolo μ formato dalla linea oraria e dallo gnomone OV, è possibile, mediante l'applicazione del teorema dei seni al triangolo EON, calcolare la misura del segmento OE e valutare di conseguenza la misura delle sue proiezioni sugli assi del sistema di riferimento. OE vale

$$OE = \frac{VO \cdot \cos\delta}{\cos(\mu - \delta)} \quad (3.8)$$

Quindi le coordinate del punto E sono $(OE \cdot \sin\gamma; OE \cdot \cos\gamma)$.

Ripetendo l'operazione con più punti, ossia rilevando la misura dell'ombra in ore diverse del medesimo giorno dell'anno, è possibile trovare l'equazione della curva di declinazione relativa a quel preciso giorno dell'anno.

3.4. Software informatici utilizzati

Per eseguire il lavoro di progettazione della meridiana abbiamo usato i software Microsoft Excel 2010 e GeoGebra 4.0. Tramite Microsoft Excel, abbiamo impostato le formule sul foglio di calcolo in modo da determinare le linee orarie per la meridiana alla latitudine⁴ e longitudine a noi necessarie. Così facendo, variando i dati delle coordinate del luogo, all'interno del foglio di calcolo, è possibile ottenere la rappresentazione delle linee orarie sul piano meridiano a qualunque latitudine. In questo modo si può costruire una meridiana piana ad ogni latitudine dell'emisfero boreale. In seguito, sempre utilizzando Microsoft Excel, abbiamo impostato, su un altro foglio di calcolo, le formule per ottenere le curve di declinazione da rappresentare sul piano della meridiana, che così potrà assolvere anche la funzione di calendario. [Appendici A e B]

Successivamente abbiamo trasferito i dati nel foglio di calcolo di GeoGebra. Questi dati sono stati utilizzati per definire le equazioni delle curve, che sono state rappresentate come luoghi, nella vista grafica del programma [Appendice C]. Mediante l'uso di GeoGebra, è stata anche riprodotta l'equazione del tempo da inserire sul piano della meridiana, per la correzione da effettuare all'ora segnata dalla meridiana stessa, per ottenere l'ora solare media corrispondente al meridiano di riferimento, in funzione del periodo dell'anno.

Con GeoGebra, modificando i dati nel foglio di calcolo, è possibile ottenere anche il piano di una meridiana a latitudini diverse.

⁴ La latitudine φ del Liceo Agnesi di Merate (LC) corrisponde a $45^\circ 41' 39''$ N.

§4. Installazione della meridiana e prova della funzionalità

4.1. Realizzazione del quadrante definitivo

Dopo la realizzazione di un prototipo in scala, che è servito per le prime prove di funzionalità, abbiamo deciso di realizzare il manufatto definitivo, trasferendo su supporto rigido, attraverso stampa in quadricromia, con colori U.V. resistenti, il disegno del quadrante solare da noi realizzato.

4.1.1. Scelta del materiale per il piano della meridiana

Il piano della meridiana è un quadrato di lato 1 metro. Il materiale scelto, di elevata rigidità e di ottima resistenza agli agenti atmosferici, noto come Eurobond, è un multistrato di spessore 3 mm, costituito dalla sequenza di strati di alluminio, polietilene nero, alluminio; la faccia superiore è ricoperta con un film in materiale plastico su cui viene impressa con colori resistenti ai raggi U.V. l'immagine del piano della meridiana.

4.1.2. Scelta dello gnomone

Lo gnomone, realizzato in alluminio, ha la forma di un triangolo rettangolo in modo che l'isotropia del materiale garantisca, in presenza di dilatazioni termiche, le proporzioni tra i lati del triangolo e quindi l'ampiezza dell'angolo di inclinazione dell'ipotenusa rispetto al piano della meridiana, pari alla latitudine φ del luogo. Inoltre essendo lo gnomone dello stesso materiale con cui è realizzato il piano della meridiana, è garantito anche il rispetto delle proporzioni tra gnomone e quadrante.

L'altezza dello gnomone di 18 cm è stata scelta in relazione alle dimensioni del piano del quadrante, in modo che le curve di declinazione abbiano adeguata spaziatura fra di esse, garantendo tuttavia che la curva di declinazione corrispondente al solstizio d'inverno intersechi le linee orarie almeno per le ore centrali della giornata. Lo gnomone, inoltre, è stato affilato (lungo l'ipotenusa del triangolo) per rendere più nitido il profilo dell'ombra; esso viene fissato al piano della meridiana con opportuno sistema di ancoraggio a vite. Infine, per evitare riverberi di luce, è previsto che verrà opacizzato attraverso anodizzazione.

4.1.3. Scelta dello sfondo e del motto

Il colore per lo sfondo è stato limitato a tinte chiare che meglio possano dare contrasto con l'ombra; ci è sembrato interessante inserire come sfondo l'immagine di un marmo per dare un aspetto importante e anche solenne alla meridiana. Infine abbiamo inciso sul piano del quadrante il motto originale: "Solo la traccia dell'ombra, per afferrare la trasparenza del tempo" [Appendice G].

4.1.4. Scelta del sito

Per la collocazione dell'orologio solare abbiamo individuato, presso il nostro liceo, il posto più adatto perché libero da ombre di alberi e di edifici; tale sito è sulla copertura (terrazzo) del liceo. Vista la ridotta praticità dell'accesso al terrazzo da parte delle persone, a completamento di tale progetto, è in fase di realizzazione un sistema di registrazione, attraverso telecamera, che permetta la visione, in remoto, del quadrante solare.

Inoltre sono in corso di realizzazione altri due esemplari di meridiane, che saranno installati uno presso la sede di Merate dell'Osservatorio Astronomico di Brera, l'altro sul tetto di un edificio del Politecnico di Milano; per quest'ultimo sono stati progettati nuovamente (ricalcolando linee orarie e curve di declinazione) quadrante e gnomone, in funzione di latitudine e longitudine del luogo.

4.2. Allineamento del quadrante solare

Per installare la meridiana, abbiamo determinato la direzione del meridiano locale (direzione Nord – Sud) che deve coincidere con la linea del mezzodì locale dell'orologio solare. Anche se è possibile determinare tale direzione con l'utilizzo di una bussola, nota la declinazione magnetica del luogo, abbiamo utilizzato il metodo "dei cerchi indù" che consiste nell'uso di un'asta fissata

perpendicolarmente in O ad un piano orizzontale. Tracciato un cerchio, con centro in O, nell'arco di una giornata, il Sole descrive un'iperbole che incontrerà la circonferenza in due punti. La perpendicolare al segmento che unisce questi due punti fornisce la direzione del meridiano locale.

4.3. Come leggere la meridiana

Una volta installata la meridiana, per leggere l'ora è sufficiente guardare la posizione dell'ombra dello gnomone sul quadrante; è possibile ottenere l'ora solare del luogo e il periodo dell'anno determinando a quali linee orarie e di declinazione si avvicina di più l'ombra dello gnomone stesso. Nel caso della meridiana da noi progettata, è possibile leggere l'ora del meridiano di riferimento; tuttavia per conoscere l'ora civile (t_c), che è quella che solitamente usiamo, occorre apportare le seguenti correzioni:

1. bisogna aggiungere o togliere alcuni minuti a seconda del periodo dell'anno, a causa del fatto che ogni giorno il Sole ritarda o anticipa il passaggio sul meridiano del luogo rispetto al Tempo Medio (t_m). Questo ritardo o anticipo (t_e) si può quantificare con l'equazione del tempo, allegata alla meridiana, e necessaria per correggere l'errore nella misura dovuto all'eccentricità dell'orbita terrestre e alla sua inclinazione rispetto all'eclittica.

$$t_c = t_m + t_e \quad (4.1)$$

2. in molti paesi nel periodo estivo viene adottata l'ora legale. Quindi, se la lettura della meridiana viene effettuata in questi mesi, l'ora indicata sul quadrante, anche se corretta con l'equazione del tempo, differirà di un'ora da quella civile; di conseguenza bisognerà aggiungere 60 minuti al valore letto per una misurazione corretta.

4.4. Prove della funzionalità

Una prima verifica della funzionalità è stata effettuata attraverso un prototipo in scala, prima di procedere alla realizzazione del quadrante vero e proprio. Ci siamo serviti di un piano orizzontale sul quale è stata fissata una stampa del piano della meridiana; lo gnomone, di forma triangolare, è stato opportunamente fissato al piano della meridiana stessa. Collocando il nostro prototipo correttamente orientato all'aperto, in una giornata di Sole, è stato possibile constatarne la funzionalità ed il livello di precisione durante i mesi di dicembre e gennaio.

Una volta realizzato il quadrante solare definitivo, dopo averlo orientato correttamente (cfr. §4.2), abbiamo effettuato alcune prove di verifica della funzionalità. Le immagini allegate [Appendice F] riportano l'istante della misurazione effettuata il giorno 13 febbraio 2012, quando la differenza fra il tempo civile ed il tempo solare medio è pari a 14 minuti e 37 secondi, in quanto il Sole ritarda il passaggio sul meridiano del luogo. Dalle immagini è anche possibile apprezzare la precisione delle curve di declinazione poiché l'ombra della punta dello gnomone è prossima alla linea dataria del 10 febbraio. Sono previste, comunque, ulteriori misurazioni nei mesi a venire.

§5. Come estendere il progetto

I procedimenti geometrici e astronomici, descritti in questa relazione, sono principalmente destinati alla costruzione di una meridiana piana con gnomone inclinato di un angolo pari alla latitudine del luogo, funzionante in un preciso punto dell'emisfero boreale, la cui ora civile sia afferente al 15° meridiano Est; tuttavia il progetto è facilmente estendibile anche ad altre località del globo terrestre.

Utilizzando il file di progettazione da noi ideato, è possibile modificare il meridiano di riferimento variando il dato contenuto nella cella corrispondente nel foglio elettronico. Progettare una meridiana che possa funzionare anche nell'emisfero australe è, invece, leggermente più complicato. Tale

compito può essere facilmente portato a termine considerando il differente moto apparente del Sole in tale emisfero: il Sole, almeno nei giorni degli equinozi, sorge ad Est e tramonta ad Ovest anche in quei luoghi, ma ogni giorno, al momento della culminazione, si trova a Nord. Lo gnomone, quindi, poiché deve essere parallelo all'asse di rotazione terrestre, dovrà indicare il Polo Sud celeste e dovrà quindi essere inclinato di un angolo pari alla latitudine del luogo ma orientato verso Sud. La sua ombra percorrerà perciò il quadrante solare in senso antiorario.

Inoltre, con procedimenti pressoché identici, è possibile progettare la costruzione di altri tipi di meridiane a quadrante piano, in particolare con piano meridiano verticale o parallelo al piano equatoriale terrestre. Progettare altri tipi di orologi solari, per esempio sferici, richiede un approccio differente; infatti, in tal, caso poco servirebbero i procedimenti geometrici qui descritti.

Per migliorare la precisione nella lettura dell'ora, sarebbe necessario tenere conto della rifrazione dell'aria che, per le ore in cui il Sole è più basso sull'orizzonte, può portare ad errori di circa mezzo grado sulla sua altezza effettiva.

Infine, non bisogna nemmeno trascurare la valenza didattica di tale progettazione. Dal momento che abbiamo utilizzato principalmente relazioni geometriche e trigonometriche, questo elaborato può fornire lo spunto per ricavare esercizi costruiti ad hoc su questi argomenti e riguardanti anche temi astronomici.

A conclusione vogliamo sottolineare che la progettazione e la realizzazione di una meridiana costituisce, all'inizio, un valido sussidio di indagine storico-scientifica e si può trasformare poi in un altrettanto valido sussidio di apprendimento didattico.

§6. Bibliografia

- AZZARITA FRANCESCO, *Il globo di Matelica*, UAI ASTRONOMIA, (1988) n. 6 - 7
- BOSCA GIOVANNI, STOPPA PIETRO, *Meridiane e orologi solari: interpretazione, metodi grafici per realizzarli*, Ed. Il Castello (1992)
- BOSSI MICHELE, *Dalla rivoluzione neolitica a Galileo: la scoperta del sistema solare*, preprint, INAF – Osservatorio Astronomico di Brera
- DEL FAVERO ENRICO, *Meridiane*, Milano, De Vecchi Editore (1999)
- PAVANELLO GIANCARLO, TRINCHERO ALDO, *Le Meridiane*, Milano, De Vecchi Editore (1996)

Sitografia

- Sito dell'ANISN (Associazione Nazionale degli Insegnanti di Scienze Naturali).
<http://www.anisn.it/veneto/Scuole/Sansovino/Meridiane%20a%20Venezia/Storia%20della%20Meridiana.htm>
- Sito di Nicola Severino, studioso di gnomonica e costruttore di orologi solari.
<http://www.gnomonica.it/storia.html>
- Esempi di orologi solari.
http://www.sullacrestadellonda.it/meridiane/meridiane_intro.htm
- Intervista a Danilo Baldini, scopritore del Globo di Matelica.
<http://quadrantisolari.uai.it/articoli/art7.htm>
- Costruzione di orologi solari con superficie curva.
http://www.arsumbrae.it/orologi_su_superficie_curva.htm

APPENDICE A – LISTATO DEL FOGLIO DI CALCOLO PER LA PROGETTAZIONE DEL QUADRANTE SOLARE

B30													
B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	
1	45	*	41	'	39	"		Altezza dello Gnomone (cm)		20			
2													
3	9		25		33		Latitudine	Ora	α canonico (gradi)	α reale (radianti)	tg(γ)	cotg(γ)	
4	=B3+D3/60+F3/3600					Gradi	=B1+D1/60+F1/3600	7	-75	=RADIANTI(K4)-\$B\$7	=SEN(\$I\$6)*TAN(L4)	=1/M4	
5	=RADIANTI(B4)							8	-60	=RADIANTI(K5)-\$B\$7	=SEN(\$I\$6)*TAN(L5)	=1/M5	
6						Rad	=RADIANTI(I4)	9	-45	=RADIANTI(K6)-\$B\$7	=SEN(\$I\$6)*TAN(L6)	=1/M6	
7	=RADIANTI(15)-B5							10	-30	=RADIANTI(K7)-\$B\$7	=SEN(\$I\$6)*TAN(L7)	=1/M7	
8								11	-15	=RADIANTI(K8)-\$B\$7	=SEN(\$I\$6)*TAN(L8)	=1/M8	
9								12	0	=RADIANTI(K9)-\$B\$7	=SEN(\$I\$6)*TAN(L9)	=1/M9	
10								13	15	=RADIANTI(K10)-\$B\$7	=SEN(\$I\$6)*TAN(L10)	=1/M10	
11								14	30	=RADIANTI(K11)-\$B\$7	=SEN(\$I\$6)*TAN(L11)	=1/M11	
12								15	45	=RADIANTI(K12)-\$B\$7	=SEN(\$I\$6)*TAN(L12)	=1/M12	
13								16	60	=RADIANTI(K13)-\$B\$7	=SEN(\$I\$6)*TAN(L13)	=1/M13	
14								17	75	=RADIANTI(K14)-\$B\$7	=SEN(\$I\$6)*TAN(L14)	=1/M14	
15								18	90	=RADIANTI(K15)-\$B\$7	=SEN(\$I\$6)*TAN(L15)	=1/M15	
16													
17									γ (radianti)	γ (gradi)			
18								Ore 7	=ARCTAN(M4)	=GRADI(K18)			
19								Ore 8	=ARCTAN(M5)	=GRADI(K19)			
20								Ore 9	=ARCTAN(M6)	=GRADI(K20)			
21								Ore 10	=ARCTAN(M7)	=GRADI(K21)			
22								Ore 11	=ARCTAN(M8)	=GRADI(K22)			
23								Ore 12	=ARCTAN(M9)	=GRADI(K23)			
24								Ore 13	=ARCTAN(M10)	=GRADI(K24)			
25								Ore 14	=ARCTAN(M11)	=GRADI(K25)			
26								Ore 15	=ARCTAN(M12)	=GRADI(K26)			
27								Ore 16	=ARCTAN(M13)	=GRADI(K27)			
28								Ore 17	=ARCTAN(M14)	=GRADI(K28)			
29								Ore 18	=ARCTAN(M15)	=GRADI(K29)			
30													

R49															
E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
30															
31	RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DEL QUADRANTE SOLARE														
32			Semiasse positivo delle Y: linea meridiana												
33			Asse X: retta perpendicolare alla meridiana passante per O												
34			X in cm	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
35			-50	=H35*\$N\$4	=H35*\$N\$5	=H35*\$N\$6	=H35*\$N\$7	=H35*\$N\$8	=H35*\$N\$9				=H35*\$N\$14	=H35*\$N\$15	
36			=(H35+10)	=H36*\$N\$4	=H36*\$N\$5	=H36*\$N\$6	=H36*\$N\$7	=H36*\$N\$8	=H36*\$N\$9				=H36*\$N\$14	=H36*\$N\$15	
37			=(H36+10)	=H37*\$N\$4	=H37*\$N\$5	=H37*\$N\$6	=H37*\$N\$7	=H37*\$N\$8	=H37*\$N\$9				=H37*\$N\$14	=H37*\$N\$15	
38			=(H37+10)	=H38*\$N\$4	=H38*\$N\$5	=H38*\$N\$6	=H38*\$N\$7	=H38*\$N\$8	=H38*\$N\$9				=H38*\$N\$14	=H38*\$N\$15	
39			=(H38+10)	=H39*\$N\$4	=H39*\$N\$5	=H39*\$N\$6	=H39*\$N\$7	=H39*\$N\$8	=H39*\$N\$9				=H39*\$N\$14	=H39*\$N\$15	
40			=(H39+10)	=H40*\$N\$4	=H40*\$N\$5	=H40*\$N\$6	=H40*\$N\$7	=H40*\$N\$8	=H40*\$N\$9	=H40*\$N\$10	=H40*\$N\$11	=H40*\$N\$12	=H40*\$N\$13	=H40*\$N\$14	=H40*\$N\$15
41			=(H40+10)	=H41*\$N\$4	=H41*\$N\$5					=H41*\$N\$10	=H41*\$N\$11	=H41*\$N\$12	=H41*\$N\$13	=H41*\$N\$14	=H41*\$N\$15
42			=(H41+10)	=H42*\$N\$4	=H42*\$N\$5					=H42*\$N\$10	=H42*\$N\$11	=H42*\$N\$12	=H42*\$N\$13	=H42*\$N\$14	=H42*\$N\$15
43			=(H42+10)	=H43*\$N\$4	=H43*\$N\$5					=H43*\$N\$10	=H43*\$N\$11	=H43*\$N\$12	=H43*\$N\$13	=H43*\$N\$14	=H43*\$N\$15
44			=(H43+10)	=H44*\$N\$4	=H44*\$N\$5					=H44*\$N\$10	=H44*\$N\$11	=H44*\$N\$12	=H44*\$N\$13	=H44*\$N\$14	=H44*\$N\$15
45			=(H44+10)	=H45*\$N\$4	=H45*\$N\$5					=H45*\$N\$10	=H45*\$N\$11	=H45*\$N\$12	=H45*\$N\$13	=H45*\$N\$14	=H45*\$N\$15
46															

Microsoft Excel - Progettofin-lettura

File Modifica Visualizza Inserisci Formato Strumenti Dati Finestra ?

Calibri 11 G C S

A4 DATI DECLINAZIONE DEL SOLE

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Latitudine:	=Linee Orarie'B1		=Linee Orarie'D1		=Linee Orarie'F1				Lung. Gnomone	=K2/SEN(B2)
2		=RADIANTI(B1-D1)*60+F1/3600								Alt. Gnomone	=Linee Orarie'LI
3											
4	DATI DECLINAZIONE DEL SOLE										
5	Data					Gradi				Radianti	
6	40899	-23		26				=B6*(SEGNO(B6)*D6)/60+(SEGNO(B6)*F6)/3600		=RADIANTI(H6)	
7	01/01 e 11/12	-22		59				=B7*(SEGNO(B7)*D7)/60+(SEGNO(B7)*F7)/3600		=RADIANTI(H7)	
8	11/01 e 01/12	-21		49				=B8*(SEGNO(B8)*D8)/60+(SEGNO(B8)*F8)/3600		=RADIANTI(H8)	
9	01/02 e 10/12	-17		4				=B9*(SEGNO(B9)*D9)/60+(SEGNO(B9)*F9)/3600		=RADIANTI(H9)	
10	10/02 e 01/11	-14		28				=B10*(SEGNO(B10)*D10)/60+(SEGNO(B10)*F10)/3600		=RADIANTI(H10)	
11	01/03 e 12/10	-7		32				=B11*(SEGNO(B11)*D11)/60+(SEGNO(B11)*F11)/3600		=RADIANTI(H11)	
12	12/03 e 01/10	-3		14				=B12*(SEGNO(B12)*D12)/60+(SEGNO(B12)*F12)/3600		=RADIANTI(H12)	
13	20/03 e 23/09	0		0				=B13*(SEGNO(B13)*D13)/60+(SEGNO(B13)*F13)/3600		=RADIANTI(H13)	
14	11/04 e 11/09	4		35				=B14*(SEGNO(B14)*D14)/60+(SEGNO(B14)*F14)/3600		=RADIANTI(H14)	
15	11/04 e 01/09	8		14				=B15*(SEGNO(B15)*D15)/60+(SEGNO(B15)*F15)/3600		=RADIANTI(H15)	
16	01/05 e 11/08	15		7				=B16*(SEGNO(B16)*D16)/60+(SEGNO(B16)*F16)/3600		=RADIANTI(H16)	
17	11/05 e 01/08	17		59				=B17*(SEGNO(B17)*D17)/60+(SEGNO(B17)*F17)/3600		=RADIANTI(H17)	
18	01/06 e 11/07	22		4				=B18*(SEGNO(B18)*D18)/60+(SEGNO(B18)*F18)/3600		=RADIANTI(H18)	
19	11/06 e 01/07	23		6				=B19*(SEGNO(B19)*D19)/60+(SEGNO(B19)*F19)/3600		=RADIANTI(H19)	
20	40715	23		26				=B20*(SEGNO(B20)*D20)/60+(SEGNO(B20)*F20)/3600		=RADIANTI(H20)	

	K	L	M	N	O	P	Q
4	cosμ=cosα*cosγ per una proprietà dei tetraedri						
5							
6	40899						
7		cosμ	μ	L OMBRA	X	Y	
8	Ore 7	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'IK18)	=ARCCOS(M8)	=(SK\$1*COS(\$I\$6))/COS(N8-\$I\$6)	=O8*SEN('Linee Orarie'IK18)	=O8*COS('Linee Orarie'IK18)	
9	Ore 8	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'IK19)	=ARCCOS(M9)	=(SK\$1*COS(\$I\$6))/COS(N9-\$I\$6)	=O9*SEN('Linee Orarie'IK19)	=O9*COS('Linee Orarie'IK19)	
10	Ore 9	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'IK20)	=ARCCOS(M10)	=(SK\$1*COS(\$I\$6))/COS(N10-\$I\$6)	=O10*SEN('Linee Orarie'IK20)	=O10*COS('Linee Orarie'IK20)	
11	Ore 10	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'IK21)	=ARCCOS(M11)	=(SK\$1*COS(\$I\$6))/COS(N11-\$I\$6)	=O11*SEN('Linee Orarie'IK21)	=O11*COS('Linee Orarie'IK21)	
12	Ore 11	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'IK22)	=ARCCOS(M12)	=(SK\$1*COS(\$I\$6))/COS(N12-\$I\$6)	=O12*SEN('Linee Orarie'IK22)	=O12*COS('Linee Orarie'IK22)	
13	Ore 12	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'IK23)	=ARCCOS(M13)	=(SK\$1*COS(\$I\$6))/COS(N13-\$I\$6)	=O13*SEN('Linee Orarie'IK23)	=O13*COS('Linee Orarie'IK23)	
14	Ore 13	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'IK24)	=ARCCOS(M14)	=(SK\$1*COS(\$I\$6))/COS(N14-\$I\$6)	=O14*SEN('Linee Orarie'IK24)	=O14*COS('Linee Orarie'IK24)	
15	Ore 14	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'IK25)	=ARCCOS(M15)	=(SK\$1*COS(\$I\$6))/COS(N15-\$I\$6)	=O15*SEN('Linee Orarie'IK25)	=O15*COS('Linee Orarie'IK25)	
16	Ore 15	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'IK26)	=ARCCOS(M16)	=(SK\$1*COS(\$I\$6))/COS(N16-\$I\$6)	=O16*SEN('Linee Orarie'IK26)	=O16*COS('Linee Orarie'IK26)	
17	Ore 16	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'IK27)	=ARCCOS(M17)	=(SK\$1*COS(\$I\$6))/COS(N17-\$I\$6)	=O17*SEN('Linee Orarie'IK27)	=O17*COS('Linee Orarie'IK27)	
18	Ore 17	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'IK28)	=ARCCOS(M18)	=(SK\$1*COS(\$I\$6))/COS(N18-\$I\$6)	=O18*SEN('Linee Orarie'IK28)	=O18*COS('Linee Orarie'IK28)	
19	Ore 18	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'IK29)	=ARCCOS(M19)	=(SK\$1*COS(\$I\$6))/COS(N19-\$I\$6)	=O19*SEN('Linee Orarie'IK29)	=O19*COS('Linee Orarie'IK29)	
20							
21	11/04 e 01/09						
22		cosμ	μ	L OMBRA	X	Y	
23	Ore 7	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'IK18)	=ARCCOS(M23)	=(SK\$1*COS(\$I\$15))/COS(N23-\$I\$15)	=O23*SEN('Linee Orarie'IK18)	=O23*COS('Linee Orarie'IK18)	
24	Ore 8	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'IK19)	=ARCCOS(M24)	=(SK\$1*COS(\$I\$15))/COS(N24-\$I\$15)	=O24*SEN('Linee Orarie'IK19)	=O24*COS('Linee Orarie'IK19)	
25	Ore 9	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'IK20)	=ARCCOS(M25)	=(SK\$1*COS(\$I\$15))/COS(N25-\$I\$15)	=O25*SEN('Linee Orarie'IK20)	=O25*COS('Linee Orarie'IK20)	
26	Ore 10	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'IK21)	=ARCCOS(M26)	=(SK\$1*COS(\$I\$15))/COS(N26-\$I\$15)	=O26*SEN('Linee Orarie'IK21)	=O26*COS('Linee Orarie'IK21)	
27	Ore 11	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'IK22)	=ARCCOS(M27)	=(SK\$1*COS(\$I\$15))/COS(N27-\$I\$15)	=O27*SEN('Linee Orarie'IK22)	=O27*COS('Linee Orarie'IK22)	
28	Ore 12	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'IK23)	=ARCCOS(M28)	=(SK\$1*COS(\$I\$15))/COS(N28-\$I\$15)	=O28*SEN('Linee Orarie'IK23)	=O28*COS('Linee Orarie'IK23)	
29	Ore 13	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'IK24)	=ARCCOS(M29)	=(SK\$1*COS(\$I\$15))/COS(N29-\$I\$15)	=O29*SEN('Linee Orarie'IK24)	=O29*COS('Linee Orarie'IK24)	
30	Ore 14	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'IK25)	=ARCCOS(M30)	=(SK\$1*COS(\$I\$15))/COS(N30-\$I\$15)	=O30*SEN('Linee Orarie'IK25)	=O30*COS('Linee Orarie'IK25)	
31	Ore 15	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'IK26)	=ARCCOS(M31)	=(SK\$1*COS(\$I\$15))/COS(N31-\$I\$15)	=O31*SEN('Linee Orarie'IK26)	=O31*COS('Linee Orarie'IK26)	
32	Ore 16	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'IK27)	=ARCCOS(M32)	=(SK\$1*COS(\$I\$15))/COS(N32-\$I\$15)	=O32*SEN('Linee Orarie'IK27)	=O32*COS('Linee Orarie'IK27)	
33	Ore 17	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'IK28)	=ARCCOS(M33)	=(SK\$1*COS(\$I\$15))/COS(N33-\$I\$15)	=O33*SEN('Linee Orarie'IK28)	=O33*COS('Linee Orarie'IK28)	
34	Ore 18	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'IK29)	=ARCCOS(M34)	=(SK\$1*COS(\$I\$15))/COS(N34-\$I\$15)	=O34*SEN('Linee Orarie'IK29)	=O34*COS('Linee Orarie'IK29)	

	R	S	T	U	V	W	X
5							
6		11/01 e 01/12					
7		cosμ	μ	L OMBRA		X	Y
8	Ore 7	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K18)	=ARCCOS(T8)	=(\$K\$1*COS(\$I\$8))/COS(U8-\$I\$8)	=V8*SEN('Linee Orarie'!K18)	=V8*COS('Linee Orarie'!K18)	
9	Ore 8	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K19)	=ARCCOS(T9)	=(\$K\$1*COS(\$I\$8))/COS(U9-\$I\$8)	=V9*SEN('Linee Orarie'!K19)	=V9*COS('Linee Orarie'!K19)	
10	Ore 9	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K20)	=ARCCOS(T10)	=(\$K\$1*COS(\$I\$8))/COS(U10-\$I\$8)	=V10*SEN('Linee Orarie'!K20)	=V10*COS('Linee Orarie'!K20)	
11	Ore 10	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K21)	=ARCCOS(T11)	=(\$K\$1*COS(\$I\$8))/COS(U11-\$I\$8)	=V11*SEN('Linee Orarie'!K21)	=V11*COS('Linee Orarie'!K21)	
12	Ore 11	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K22)	=ARCCOS(T12)	=(\$K\$1*COS(\$I\$8))/COS(U12-\$I\$8)	=V12*SEN('Linee Orarie'!K22)	=V12*COS('Linee Orarie'!K22)	
13	Ore 12	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K23)	=ARCCOS(T13)	=(\$K\$1*COS(\$I\$8))/COS(U13-\$I\$8)	=V13*SEN('Linee Orarie'!K23)	=V13*COS('Linee Orarie'!K23)	
14	Ore 13	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K24)	=ARCCOS(T14)	=(\$K\$1*COS(\$I\$8))/COS(U14-\$I\$8)	=V14*SEN('Linee Orarie'!K24)	=V14*COS('Linee Orarie'!K24)	
15	Ore 14	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K25)	=ARCCOS(T15)	=(\$K\$1*COS(\$I\$8))/COS(U15-\$I\$8)	=V15*SEN('Linee Orarie'!K25)	=V15*COS('Linee Orarie'!K25)	
16	Ore 15	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K26)	=ARCCOS(T16)	=(\$K\$1*COS(\$I\$8))/COS(U16-\$I\$8)	=V16*SEN('Linee Orarie'!K26)	=V16*COS('Linee Orarie'!K26)	
17	Ore 16	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K27)	=ARCCOS(T17)	=(\$K\$1*COS(\$I\$8))/COS(U17-\$I\$8)	=V17*SEN('Linee Orarie'!K27)	=V17*COS('Linee Orarie'!K27)	
18	Ore 17	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K28)	=ARCCOS(T18)	=(\$K\$1*COS(\$I\$8))/COS(U18-\$I\$8)	=V18*SEN('Linee Orarie'!K28)	=V18*COS('Linee Orarie'!K28)	
19	Ore 18	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K29)	=ARCCOS(T19)	=(\$K\$1*COS(\$I\$8))/COS(U19-\$I\$8)	=V19*SEN('Linee Orarie'!K29)	=V19*COS('Linee Orarie'!K29)	
20							
21		11/05 e 01/08					
22		cosμ	μ	L OMBRA		X	Y
23	Ore 7	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K18)	=ARCCOS(T23)	=(\$K\$1*COS(\$I\$17))/COS(U23-\$I\$17)	=V23*SEN('Linee Orarie'!K18)	=V23*COS('Linee Orarie'!K18)	
24	Ore 8	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K19)	=ARCCOS(T24)	=(\$K\$1*COS(\$I\$17))/COS(U24-\$I\$17)	=V24*SEN('Linee Orarie'!K19)	=V24*COS('Linee Orarie'!K19)	
25	Ore 9	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K20)	=ARCCOS(T25)	=(\$K\$1*COS(\$I\$17))/COS(U25-\$I\$17)	=V25*SEN('Linee Orarie'!K20)	=V25*COS('Linee Orarie'!K20)	
26	Ore 10	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K21)	=ARCCOS(T26)	=(\$K\$1*COS(\$I\$17))/COS(U26-\$I\$17)	=V26*SEN('Linee Orarie'!K21)	=V26*COS('Linee Orarie'!K21)	
27	Ore 11	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K22)	=ARCCOS(T27)	=(\$K\$1*COS(\$I\$17))/COS(U27-\$I\$17)	=V27*SEN('Linee Orarie'!K22)	=V27*COS('Linee Orarie'!K22)	
28	Ore 12	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K23)	=ARCCOS(T28)	=(\$K\$1*COS(\$I\$17))/COS(U28-\$I\$17)	=V28*SEN('Linee Orarie'!K23)	=V28*COS('Linee Orarie'!K23)	
29	Ore 13	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K24)	=ARCCOS(T29)	=(\$K\$1*COS(\$I\$17))/COS(U29-\$I\$17)	=V29*SEN('Linee Orarie'!K24)	=V29*COS('Linee Orarie'!K24)	
30	Ore 14	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K25)	=ARCCOS(T30)	=(\$K\$1*COS(\$I\$17))/COS(U30-\$I\$17)	=V30*SEN('Linee Orarie'!K25)	=V30*COS('Linee Orarie'!K25)	
31	Ore 15	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K26)	=ARCCOS(T31)	=(\$K\$1*COS(\$I\$17))/COS(U31-\$I\$17)	=V31*SEN('Linee Orarie'!K26)	=V31*COS('Linee Orarie'!K26)	
32	Ore 16	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K27)	=ARCCOS(T32)	=(\$K\$1*COS(\$I\$17))/COS(U32-\$I\$17)	=V32*SEN('Linee Orarie'!K27)	=V32*COS('Linee Orarie'!K27)	
33	Ore 17	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K28)	=ARCCOS(T33)	=(\$K\$1*COS(\$I\$17))/COS(U33-\$I\$17)	=V33*SEN('Linee Orarie'!K28)	=V33*COS('Linee Orarie'!K28)	
34	Ore 18	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K29)	=ARCCOS(T34)	=(\$K\$1*COS(\$I\$17))/COS(U34-\$I\$17)	=V34*SEN('Linee Orarie'!K29)	=V34*COS('Linee Orarie'!K29)	

Linee Orarie Linee Declinazione Foglio3 Foglio4

	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE
5							
6		10/02 e 01/11					
7		cosμ	μ	L OMBRA		X	Y
8	Ore 7	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K18)	=ARCCOS(AA8)	=(\$K\$1*COS(\$I\$10))/COS(AB8-\$I\$10)	=AC8*SEN('Linee Orarie'!K18)	=AC8*COS('Linee Orarie'!K18)	
9	Ore 8	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K19)	=ARCCOS(AA9)	=(\$K\$1*COS(\$I\$10))/COS(AB9-\$I\$10)	=AC9*SEN('Linee Orarie'!K19)	=AC9*COS('Linee Orarie'!K19)	
10	Ore 9	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K20)	=ARCCOS(AA10)	=(\$K\$1*COS(\$I\$10))/COS(AB10-\$I\$10)	=AC10*SEN('Linee Orarie'!K20)	=AC10*COS('Linee Orarie'!K20)	
11	Ore 10	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K21)	=ARCCOS(AA11)	=(\$K\$1*COS(\$I\$10))/COS(AB11-\$I\$10)	=AC11*SEN('Linee Orarie'!K21)	=AC11*COS('Linee Orarie'!K21)	
12	Ore 11	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K22)	=ARCCOS(AA12)	=(\$K\$1*COS(\$I\$10))/COS(AB12-\$I\$10)	=AC12*SEN('Linee Orarie'!K22)	=AC12*COS('Linee Orarie'!K22)	
13	Ore 12	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K23)	=ARCCOS(AA13)	=(\$K\$1*COS(\$I\$10))/COS(AB13-\$I\$10)	=AC13*SEN('Linee Orarie'!K23)	=AC13*COS('Linee Orarie'!K23)	
14	Ore 13	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K24)	=ARCCOS(AA14)	=(\$K\$1*COS(\$I\$10))/COS(AB14-\$I\$10)	=AC14*SEN('Linee Orarie'!K24)	=AC14*COS('Linee Orarie'!K24)	
15	Ore 14	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K25)	=ARCCOS(AA15)	=(\$K\$1*COS(\$I\$10))/COS(AB15-\$I\$10)	=AC15*SEN('Linee Orarie'!K25)	=AC15*COS('Linee Orarie'!K25)	
16	Ore 15	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K26)	=ARCCOS(AA16)	=(\$K\$1*COS(\$I\$10))/COS(AB16-\$I\$10)	=AC16*SEN('Linee Orarie'!K26)	=AC16*COS('Linee Orarie'!K26)	
17	Ore 16	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K27)	=ARCCOS(AA17)	=(\$K\$1*COS(\$I\$10))/COS(AB17-\$I\$10)	=AC17*SEN('Linee Orarie'!K27)	=AC17*COS('Linee Orarie'!K27)	
18	Ore 17	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K28)	=ARCCOS(AA18)	=(\$K\$1*COS(\$I\$10))/COS(AB18-\$I\$10)	=AC18*SEN('Linee Orarie'!K28)	=AC18*COS('Linee Orarie'!K28)	
19	Ore 18	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K29)	=ARCCOS(AA19)	=(\$K\$1*COS(\$I\$10))/COS(AB19-\$I\$10)	=AC19*SEN('Linee Orarie'!K29)	=AC19*COS('Linee Orarie'!K29)	
20							
21		11/06 e 01/07					
22		cosμ	μ	L OMBRA		X	Y
23	Ore 7	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K18)	=ARCCOS(AA23)	=(\$K\$1*COS(\$I\$19))/COS(AB23-\$I\$19)	=AC23*SEN('Linee Orarie'!K18)	=AC23*COS('Linee Orarie'!K18)	
24	Ore 8	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K19)	=ARCCOS(AA24)	=(\$K\$1*COS(\$I\$19))/COS(AB24-\$I\$19)	=AC24*SEN('Linee Orarie'!K19)	=AC24*COS('Linee Orarie'!K19)	
25	Ore 9	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K20)	=ARCCOS(AA25)	=(\$K\$1*COS(\$I\$19))/COS(AB25-\$I\$19)	=AC25*SEN('Linee Orarie'!K20)	=AC25*COS('Linee Orarie'!K20)	
26	Ore 10	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K21)	=ARCCOS(AA26)	=(\$K\$1*COS(\$I\$19))/COS(AB26-\$I\$19)	=AC26*SEN('Linee Orarie'!K21)	=AC26*COS('Linee Orarie'!K21)	
27	Ore 11	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K22)	=ARCCOS(AA27)	=(\$K\$1*COS(\$I\$19))/COS(AB27-\$I\$19)	=AC27*SEN('Linee Orarie'!K22)	=AC27*COS('Linee Orarie'!K22)	
28	Ore 12	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K23)	=ARCCOS(AA28)	=(\$K\$1*COS(\$I\$19))/COS(AB28-\$I\$19)	=AC28*SEN('Linee Orarie'!K23)	=AC28*COS('Linee Orarie'!K23)	
29	Ore 13	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K24)	=ARCCOS(AA29)	=(\$K\$1*COS(\$I\$19))/COS(AB29-\$I\$19)	=AC29*SEN('Linee Orarie'!K24)	=AC29*COS('Linee Orarie'!K24)	
30	Ore 14	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K25)	=ARCCOS(AA30)	=(\$K\$1*COS(\$I\$19))/COS(AB30-\$I\$19)	=AC30*SEN('Linee Orarie'!K25)	=AC30*COS('Linee Orarie'!K25)	
31	Ore 15	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K26)	=ARCCOS(AA31)	=(\$K\$1*COS(\$I\$19))/COS(AB31-\$I\$19)	=AC31*SEN('Linee Orarie'!K26)	=AC31*COS('Linee Orarie'!K26)	
32	Ore 16	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K27)	=ARCCOS(AA32)	=(\$K\$1*COS(\$I\$19))/COS(AB32-\$I\$19)	=AC32*SEN('Linee Orarie'!K27)	=AC32*COS('Linee Orarie'!K27)	
33	Ore 17	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K28)	=ARCCOS(AA33)	=(\$K\$1*COS(\$I\$19))/COS(AB33-\$I\$19)	=AC33*SEN('Linee Orarie'!K28)	=AC33*COS('Linee Orarie'!K28)	
34	Ore 18	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K29)	=ARCCOS(AA34)	=(\$K\$1*COS(\$I\$19))/COS(AB34-\$I\$19)	=AC34*SEN('Linee Orarie'!K29)	=AC34*COS('Linee Orarie'!K29)	

Linee Orarie Linee Declinazione Foglio3 Foglio4

	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM
5								
6		12/03 e 01/10						
7		cosμ	μ	L OMBRA	X	Y		
8	Ore 7	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K18)	=ARCCOS(AH8)	=((\$K\$1*COS(\$I\$12))/COS(AI8-\$I\$12))	=AJ8*SEN('Linee Orarie'!K18)	=AJ8*COS('Linee Orarie'!K18)		
9	Ore 8	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K19)	=ARCCOS(AH9)	=((\$K\$1*COS(\$I\$12))/COS(AI9-\$I\$12))	=AJ9*SEN('Linee Orarie'!K19)	=AJ9*COS('Linee Orarie'!K19)		
10	Ore 9	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K20)	=ARCCOS(AH10)	=((\$K\$1*COS(\$I\$12))/COS(AI10-\$I\$12))	=AJ10*SEN('Linee Orarie'!K20)	=AJ10*COS('Linee Orarie'!K20)		
11	Ore 10	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K21)	=ARCCOS(AH11)	=((\$K\$1*COS(\$I\$12))/COS(AI11-\$I\$12))	=AJ11*SEN('Linee Orarie'!K21)	=AJ11*COS('Linee Orarie'!K21)		
12	Ore 11	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K22)	=ARCCOS(AH12)	=((\$K\$1*COS(\$I\$12))/COS(AI12-\$I\$12))	=AJ12*SEN('Linee Orarie'!K22)	=AJ12*COS('Linee Orarie'!K22)		
13	Ore 12	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K23)	=ARCCOS(AH13)	=((\$K\$1*COS(\$I\$12))/COS(AI13-\$I\$12))	=AJ13*SEN('Linee Orarie'!K23)	=AJ13*COS('Linee Orarie'!K23)		
14	Ore 13	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K24)	=ARCCOS(AH14)	=((\$K\$1*COS(\$I\$12))/COS(AI14-\$I\$12))	=AJ14*SEN('Linee Orarie'!K24)	=AJ14*COS('Linee Orarie'!K24)		
15	Ore 14	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K25)	=ARCCOS(AH15)	=((\$K\$1*COS(\$I\$12))/COS(AI15-\$I\$12))	=AJ15*SEN('Linee Orarie'!K25)	=AJ15*COS('Linee Orarie'!K25)		
16	Ore 15	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K26)	=ARCCOS(AH16)	=((\$K\$1*COS(\$I\$12))/COS(AI16-\$I\$12))	=AJ16*SEN('Linee Orarie'!K26)	=AJ16*COS('Linee Orarie'!K26)		
17	Ore 16	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K27)	=ARCCOS(AH17)	=((\$K\$1*COS(\$I\$12))/COS(AI17-\$I\$12))	=AJ17*SEN('Linee Orarie'!K27)	=AJ17*COS('Linee Orarie'!K27)		
18	Ore 17	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K28)	=ARCCOS(AH18)	=((\$K\$1*COS(\$I\$12))/COS(AI18-\$I\$12))	=AJ18*SEN('Linee Orarie'!K28)	=AJ18*COS('Linee Orarie'!K28)		
19	Ore 18	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K29)	=ARCCOS(AH19)	=((\$K\$1*COS(\$I\$12))/COS(AI19-\$I\$12))	=AJ19*SEN('Linee Orarie'!K29)	=AJ19*COS('Linee Orarie'!K29)		
20								
21		40715						
22		cosμ	μ	L OMBRA	X	Y		
23	Ore 7	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K18)	=ARCCOS(AH23)	=((\$K\$1*COS(\$I\$20))/COS(AI23-\$I\$20))	=AJ23*SEN('Linee Orarie'!K18)	=AJ23*COS('Linee Orarie'!K18)		
24	Ore 8	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K19)	=ARCCOS(AH24)	=((\$K\$1*COS(\$I\$6))/COS(AI24-\$I\$20))	=AJ24*SEN('Linee Orarie'!K19)	=AJ24*COS('Linee Orarie'!K19)		
25	Ore 9	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K20)	=ARCCOS(AH25)	=((\$K\$1*COS(\$I\$6))/COS(AI25-\$I\$20))	=AJ25*SEN('Linee Orarie'!K20)	=AJ25*COS('Linee Orarie'!K20)		
26	Ore 10	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K21)	=ARCCOS(AH26)	=((\$K\$1*COS(\$I\$6))/COS(AI26-\$I\$20))	=AJ26*SEN('Linee Orarie'!K21)	=AJ26*COS('Linee Orarie'!K21)		
27	Ore 11	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K22)	=ARCCOS(AH27)	=((\$K\$1*COS(\$I\$6))/COS(AI27-\$I\$20))	=AJ27*SEN('Linee Orarie'!K22)	=AJ27*COS('Linee Orarie'!K22)		
28	Ore 12	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K23)	=ARCCOS(AH28)	=((\$K\$1*COS(\$I\$6))/COS(AI28-\$I\$20))	=AJ28*SEN('Linee Orarie'!K23)	=AJ28*COS('Linee Orarie'!K23)		
29	Ore 13	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K24)	=ARCCOS(AH29)	=((\$K\$1*COS(\$I\$6))/COS(AI29-\$I\$20))	=AJ29*SEN('Linee Orarie'!K24)	=AJ29*COS('Linee Orarie'!K24)		
30	Ore 14	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K25)	=ARCCOS(AH30)	=((\$K\$1*COS(\$I\$6))/COS(AI30-\$I\$20))	=AJ30*SEN('Linee Orarie'!K25)	=AJ30*COS('Linee Orarie'!K25)		
31	Ore 15	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K26)	=ARCCOS(AH31)	=((\$K\$1*COS(\$I\$6))/COS(AI31-\$I\$20))	=AJ31*SEN('Linee Orarie'!K26)	=AJ31*COS('Linee Orarie'!K26)		
32	Ore 16	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K27)	=ARCCOS(AH32)	=((\$K\$1*COS(\$I\$6))/COS(AI32-\$I\$20))	=AJ32*SEN('Linee Orarie'!K27)	=AJ32*COS('Linee Orarie'!K27)		
33	Ore 17	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K28)	=ARCCOS(AH33)	=((\$K\$1*COS(\$I\$6))/COS(AI33-\$I\$20))	=AJ33*SEN('Linee Orarie'!K28)	=AJ33*COS('Linee Orarie'!K28)		
34	Ore 18	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K29)	=ARCCOS(AH34)	=((\$K\$1*COS(\$I\$6))/COS(AI34-\$I\$20))	=AJ34*SEN('Linee Orarie'!K29)	=AJ34*COS('Linee Orarie'!K29)		
35								

	AM	AN	AO	AP	AQ	AR	AS	AT
5								
6		20/03 e 23/09						
7		cosμ	μ	L OMBRA	X	Y		
8	Ore 7	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K18)	=ARCCOS(AO8)	=((\$K\$1*COS(\$I\$13))/COS(AP8-\$I\$13))	=AQ8*SEN('Linee Orarie'!K18)	=AQ8*COS('Linee Orarie'!K18)		
9	Ore 8	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K19)	=ARCCOS(AO9)	=((\$K\$1*COS(\$I\$13))/COS(AP9-\$I\$13))	=AQ9*SEN('Linee Orarie'!K19)	=AQ9*COS('Linee Orarie'!K19)		
10	Ore 9	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K20)	=ARCCOS(AO10)	=((\$K\$1*COS(\$I\$13))/COS(AP10-\$I\$13))	=AQ10*SEN('Linee Orarie'!K20)	=AQ10*COS('Linee Orarie'!K20)		
11	Ore 10	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K21)	=ARCCOS(AO11)	=((\$K\$1*COS(\$I\$13))/COS(AP11-\$I\$13))	=AQ11*SEN('Linee Orarie'!K21)	=AQ11*COS('Linee Orarie'!K21)		
12	Ore 11	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K22)	=ARCCOS(AO12)	=((\$K\$1*COS(\$I\$13))/COS(AP12-\$I\$13))	=AQ12*SEN('Linee Orarie'!K22)	=AQ12*COS('Linee Orarie'!K22)		
13	Ore 12	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K23)	=ARCCOS(AO13)	=((\$K\$1*COS(\$I\$13))/COS(AP13-\$I\$13))	=AQ13*SEN('Linee Orarie'!K23)	=AQ13*COS('Linee Orarie'!K23)		
14	Ore 13	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K24)	=ARCCOS(AO14)	=((\$K\$1*COS(\$I\$13))/COS(AP14-\$I\$13))	=AQ14*SEN('Linee Orarie'!K24)	=AQ14*COS('Linee Orarie'!K24)		
15	Ore 14	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K25)	=ARCCOS(AO15)	=((\$K\$1*COS(\$I\$13))/COS(AP15-\$I\$13))	=AQ15*SEN('Linee Orarie'!K25)	=AQ15*COS('Linee Orarie'!K25)		
16	Ore 15	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K26)	=ARCCOS(AO16)	=((\$K\$1*COS(\$I\$13))/COS(AP16-\$I\$13))	=AQ16*SEN('Linee Orarie'!K26)	=AQ16*COS('Linee Orarie'!K26)		
17	Ore 16	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K27)	=ARCCOS(AO17)	=((\$K\$1*COS(\$I\$13))/COS(AP17-\$I\$13))	=AQ17*SEN('Linee Orarie'!K27)	=AQ17*COS('Linee Orarie'!K27)		
18	Ore 17	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K28)	=ARCCOS(AO18)	=((\$K\$1*COS(\$I\$13))/COS(AP18-\$I\$13))	=AQ18*SEN('Linee Orarie'!K28)	=AQ18*COS('Linee Orarie'!K28)		
19	Ore 18	=COS(\$B\$2)*COS('Linee Orarie'!K29)	=ARCCOS(AO19)	=((\$K\$1*COS(\$I\$13))/COS(AP19-\$I\$13))	=AQ19*SEN('Linee Orarie'!K29)	=AQ19*COS('Linee Orarie'!K29)		
20								
21								
22								
23								
24								
25								
26								
27								
28								
29								
30								
31								
32								
33								
34								
35								

APPENDICE B – GRAFICI RAPPRESENTANTI LE LINEE ORARIE E LE CURVE DI DECLINAZIONE DELLA MERIDIANA POSTA PRESSO IL LICEO AGNESI DI MERATE (Lat. 45°41'39" N e Long. 9°25'33" E)

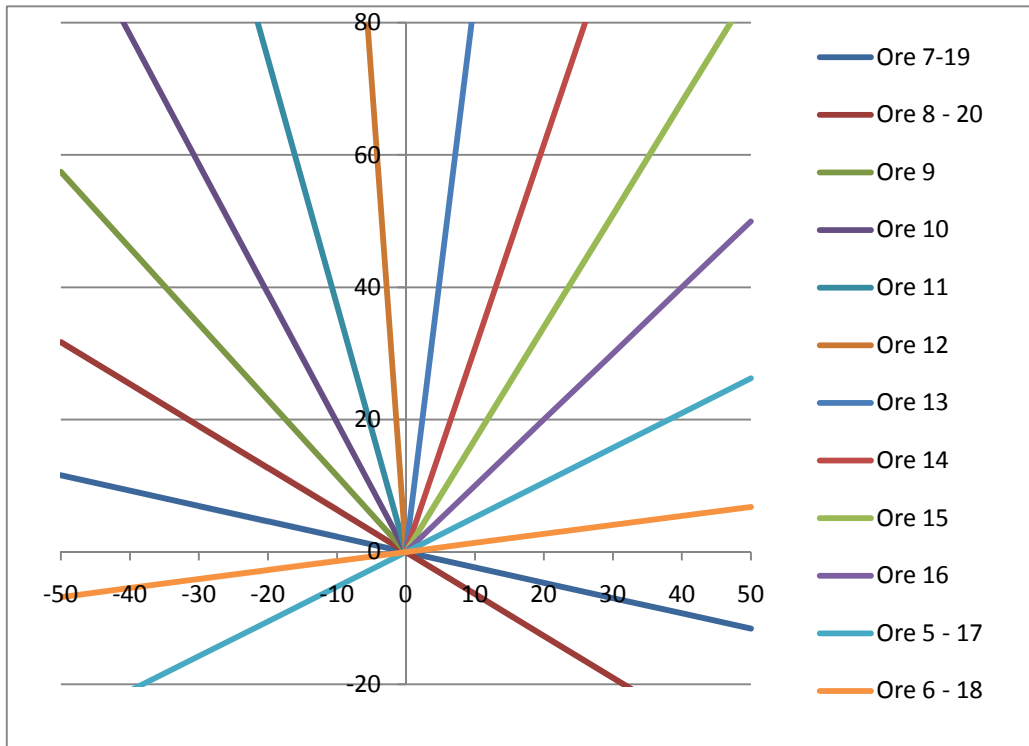


Figura 1. Grafico delle linee orarie.

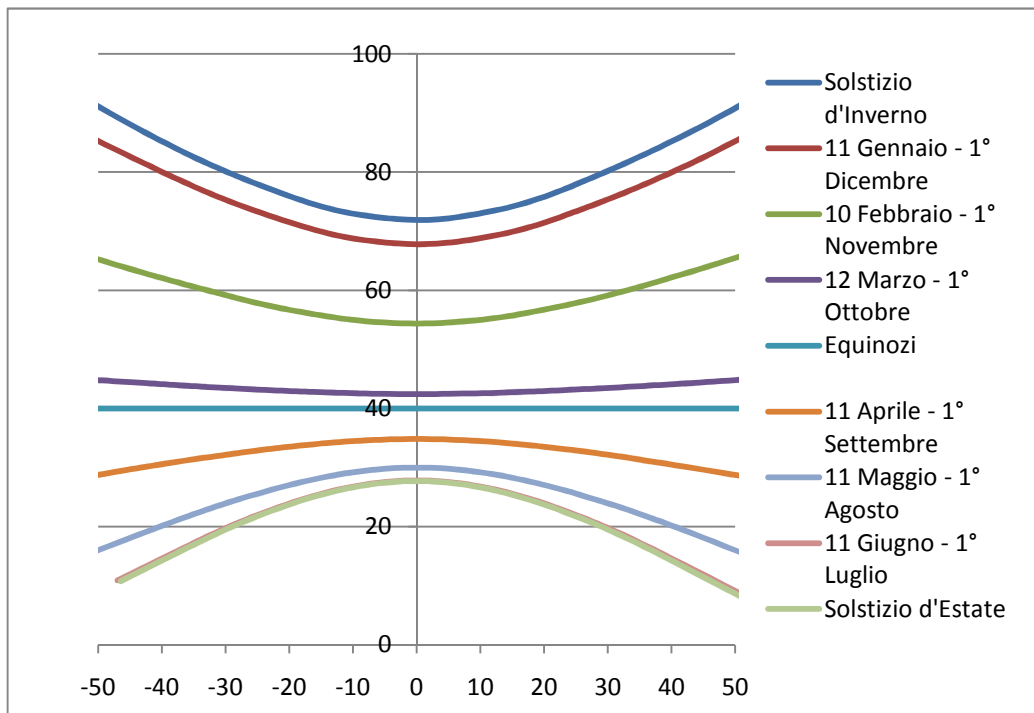
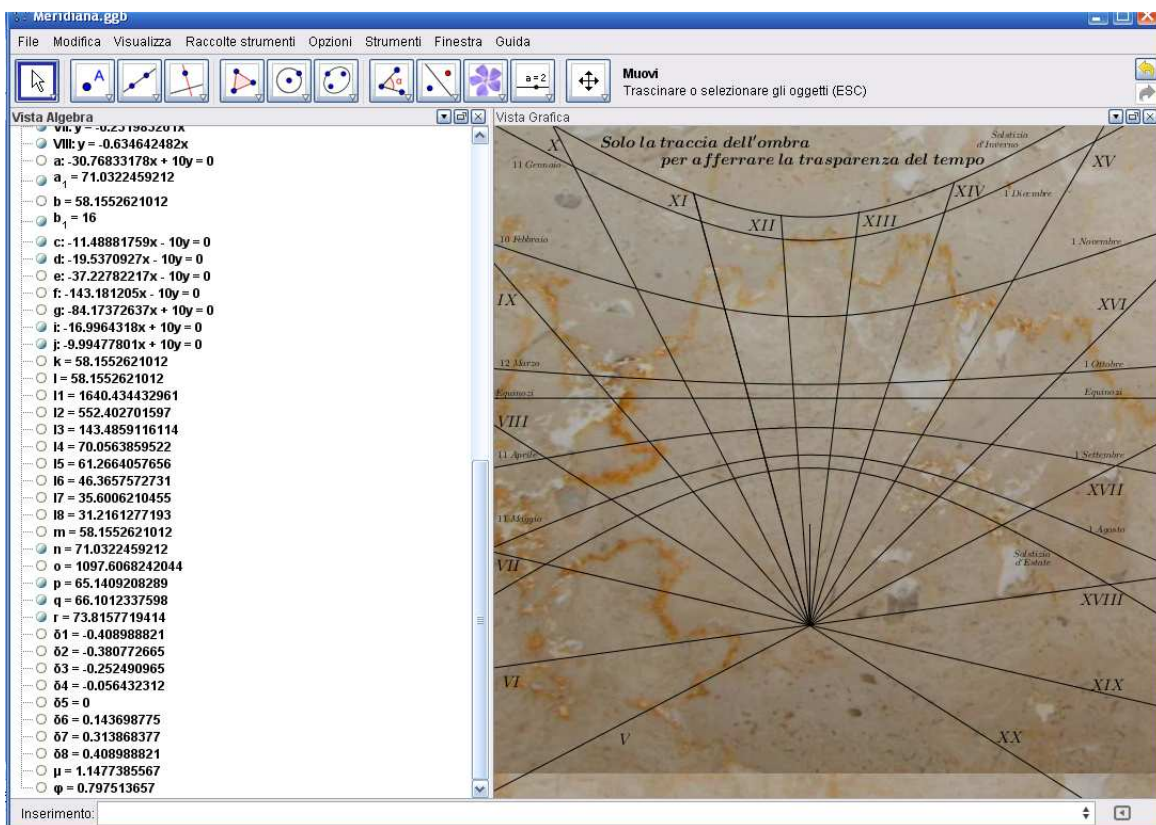
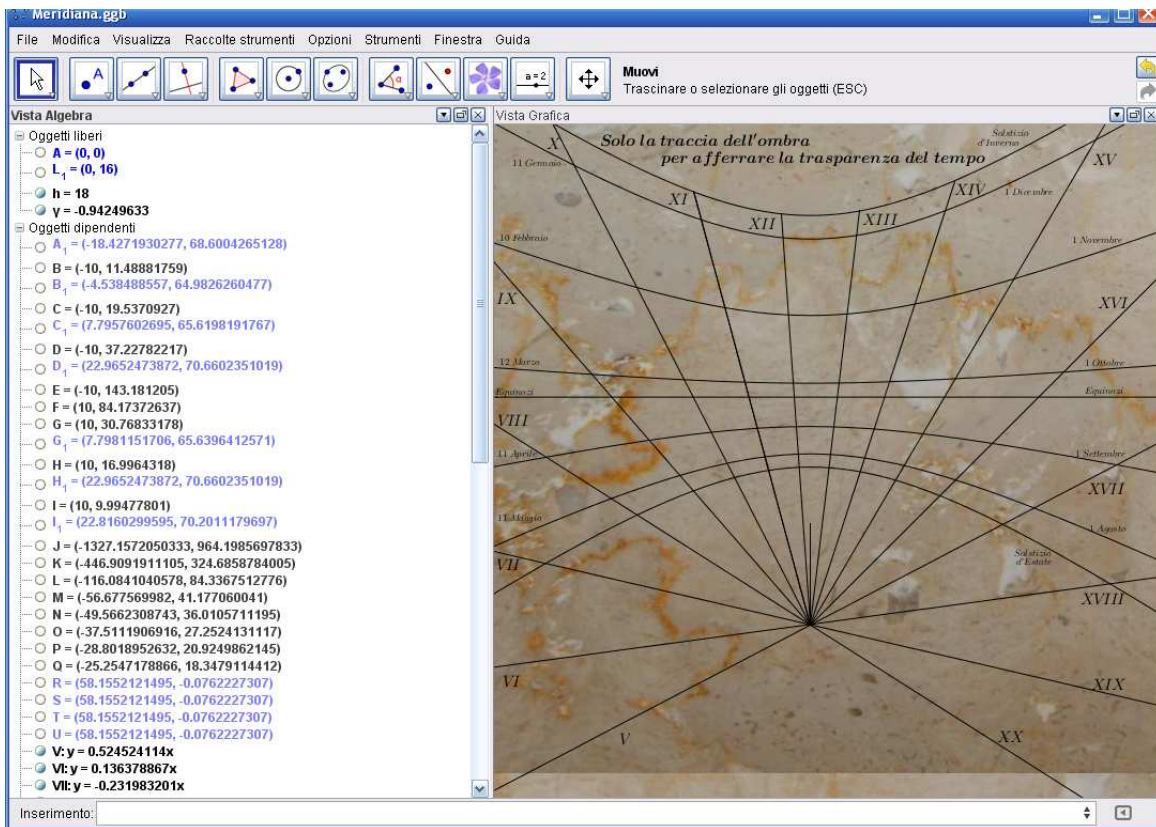


Figura 2. Grafico delle curve di declinazione.

APPENDICE C – REALIZZAZIONE DEL PIANO DELLA MERIDIANA - VISTA ALGEBRA E VISTA GRAFICA DEL FILE REALIZZATO CON GEOGEBRA4



APPENDICE D – CENNI ALLE COORDINATE STELLARI E AL MOTO APPARENTE DEL SOLE

A prescindere dal sistema di riferimento adottato, la posizione degli astri nella volta celeste è definita inequivocabilmente attraverso la misura di alcuni angoli. Esistono, infatti, due sistemi di coordinate: il sistema delle **coordinate altazimutali** e quello delle **coordinate equatoriali**.

Il sistema di **coordinate altazimutali** prende come riferimento l'orizzonte e la verticale del luogo e quindi dipende strettamente dalla posizione dell'osservatore. Considerati questi riferimenti, la posizione di un astro è definita attraverso l'**altezza** (ossia la misura angolare tra il corpo celeste e il piano dell'orizzonte) e l'**azimut** che corrisponde all'angolo compreso tra il circolo meridiano passante per il corpo celeste e il piano del meridiano locale, misurato a partire dal punto cardinale Sud in senso orario.

Il sistema di **coordinate equatoriali** ha come punti di riferimento l'equatore celeste e l'asse celeste (ovvero l'asse passante per i due poli celesti). In tal caso la posizione di un corpo celeste è definita tramite la sua **declinazione** (che è la distanza angolare tra il corpo celeste e il piano dell'equatore) e la sua **ascensione retta** che corrisponde alla distanza angolare tra il piano del meridiano celeste passante per il corpo in questione e il piano del meridiano fondamentale (quello passante per il punto γ) misurato in senso antiorario.

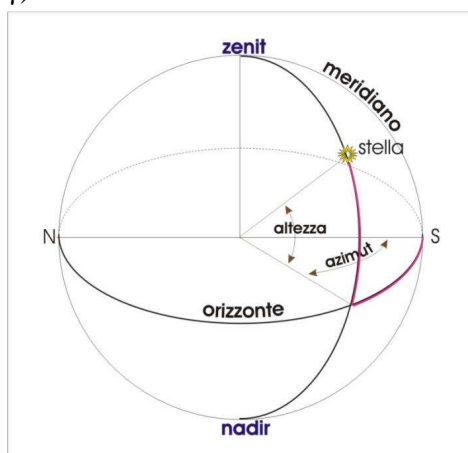


Figura 3. Rappresentazione del sistema di coordinate altazimutali.

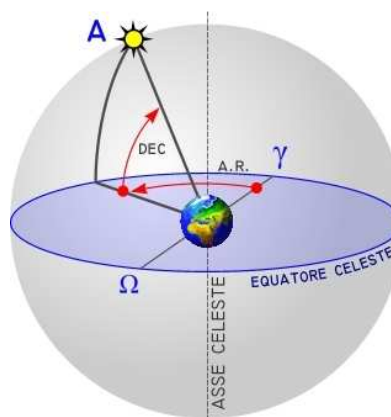


Figura 4. Rappresentazione del sistema di coordinate equatoriali.

Per mezzo di alcune conoscenze di geometria sferica è possibile ricavare le equazione per la conversione di coordinate da un sistema di riferimento all'altro. Tali equazioni sono:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - Alt\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) \cos t \quad D1.1$$

$$\sin(2\pi - Az) = \frac{\sin t \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - Alt\right)} \quad D1.2$$

dove Alt indica l'altezza, Az indica l'Azimut, φ indica la latitudine del luogo, δ indica la declinazione dell'astro e t indica l'angolo orario dell'astro, ossia la misura angolare tra il meridiano del luogo e il meridiano celeste, misurata sull'equatore celeste, a partire da punto cardinale Sud in senso orario.

Il moto del Sole

Le stelle, pur muovendosi, conservano tutte la loro medesima posizione le une rispetto alle altre e l'intervallo di tempo che intercorre tra due passaggi consecutivi di una medesima stella su di un particolare meridiano è detto **giorno sidereo** (della durata di 23h 56 min 4 sec).

Il Sole invece, per occupare per due volte consecutive la medesima posizione nel cielo, impiega un **giorno solare** (della durata di 24h) e, di conseguenza, accumula ogni giorno un ritardo di 4 minuti (o di circa 1°) rispetto alle altre stelle. Questo fa sì che il Sole, ogni mese, accumuli un ritardo pari a 30° e quindi "esca" da una costellazione ed "entri" in un'altra.

La linea immaginaria descritta dal moto del Sole durante il corso dell'anno è detta **eclittica**, e le costellazioni che giacciono su questa linea sono quelle dello zodiaco.

Rispetto alle altre stelle, inoltre, il Sole presenta una seconda particolarità: ogni giorno modifica la propria declinazione che oscilla tra un valore massimo di $+23^\circ 27'$ (nel giorno del solstizio d'estate) ad un minimo di $-23^\circ 27'$ (nel giorno del solstizio d'inverno), assumendo un valore nullo nei due equinozi.

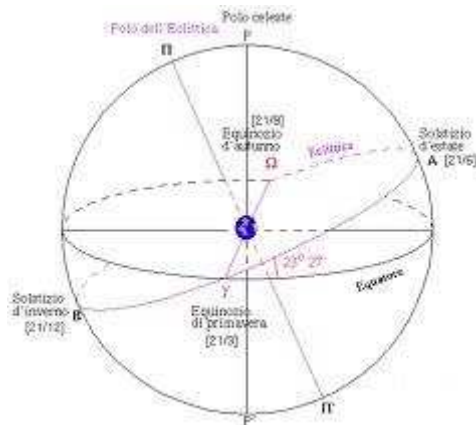


Figura 5. Rappresentazione del moto del Sole, durante il corso dell'anno, lungo l'Eclittica.

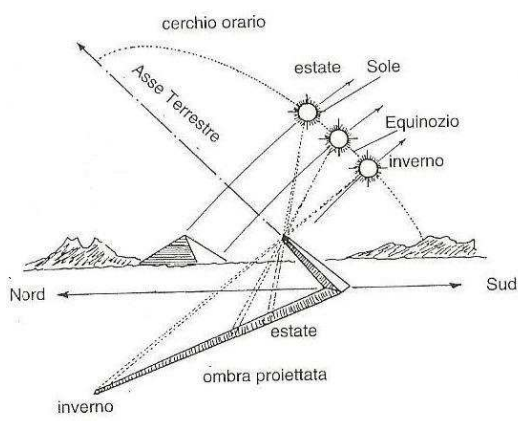


Figura 6. Il Sole nei vari giorni dell'anno modifica la propria altezza sull'orizzonte al momento della culminazione. La figura mostra come varia l'ombra di un gnomone inclinato nel corso dell'anno.

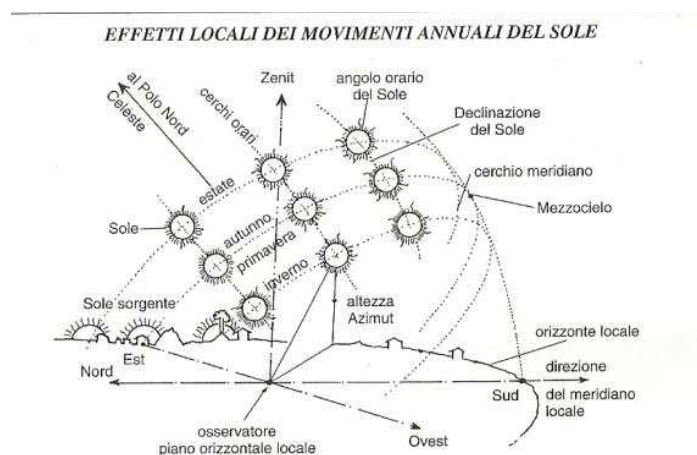


Figura 7. La figura rappresenta la variazione dell'altezza del Sole sull'orizzonte nel corso dell'anno: d'estate transiterà alto alla culminazione, d'inverno transiterà basso, mentre agli equinozi transita al mezzocielo, cioè sull'Equatore Celeste.

APPENDICE E – DATI DELLA DECLINAZIONE DEL SOLE

I valori della declinazione del Sole utilizzati sono:

Date	Declinazione
22/12	-23° 26'
01/01 e 11/12	-22° 59'
11/01 e 01/12	-21° 49'
01/02 e 10/11	-17° 04'
10/02 e 01/11	-14° 28'
01/03 e 12/10	-07° 32'
20/03 e 23/09	00° 00'
12/03 e 01/10	03° 14'
01/04 e 11/09	04° 35'
11/04 e 01/09	08° 14'
01/05 e 11/08	15° 07'
11/05 e 01/08	17° 59'
01/06 e 11/07	22° 04'
11/06 e 01/07	23° 06'
21/06	23° 26'

APPENDICE F – FOTOGRAFIE RELATIVE ALLA PROVA DELLA FUNZIONALITA' DELLA MERIDIANA

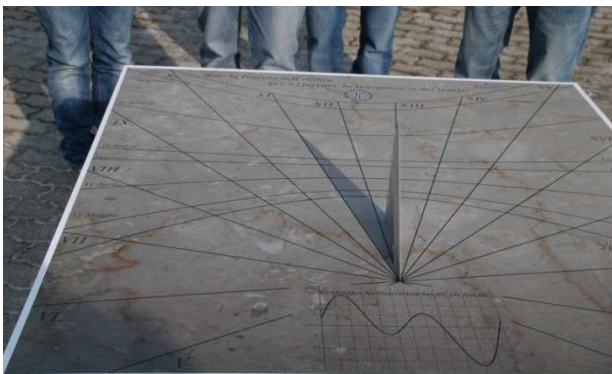


Figura 8. Fotografia del quadrante solare.



Figura 9. Fotografia del quadrante solare.



Figura 10. Dettaglio del quadrante solare il giorno 13 febbraio. L'ombra della punta dello gnomone è prossima alla linea dataria del giorno 10 febbraio.

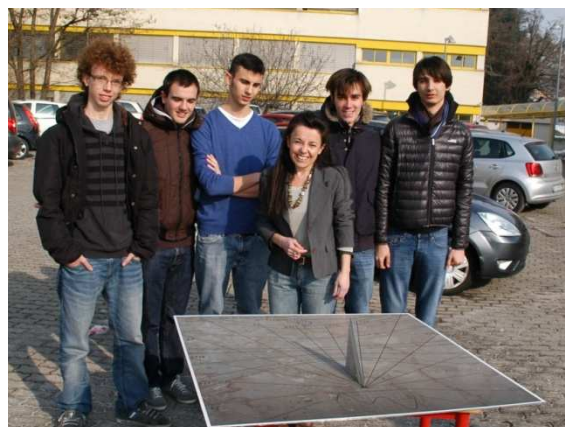


Figura 11. Noi e la meridiana.

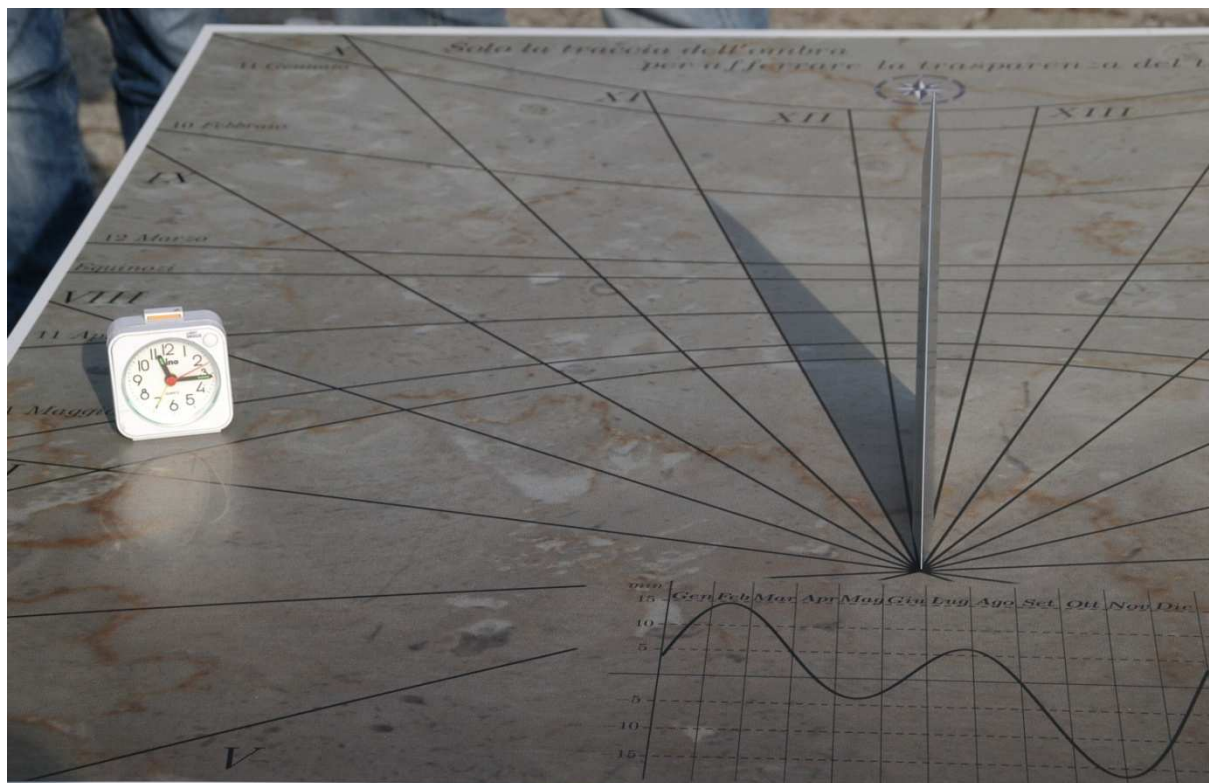


Figura 12. Fotografia del quadrante solare il giorno 13 febbraio 2012 alle ore 11:15. La differenza fra l'ora civile (segnata dall'orologio) e l'ora solare (segnata dalla meridiana) è causata dal fatto che la Terra non ruota attorno al Sole con velocità costante. La correzione da apportare all'ora segnata per leggere l'ora civile è indicata nell'equazione del tempo rappresentata sul piano e quantificabile in 14 minuti e 37 secondi.

APPENDICE G – ALCUNE TRADUZIONI DEL MOTTO RIPORTATO SULLA MERIDIANA

“Solo la traccia dell’ombra, per afferrare la trasparenza del tempo”

Proponiamo alcune traduzioni in lingua

latina: “Tantum umbrae vestigium, ut temporis tenuitas teneatur”

francese: “La seule trace d'ombre à saisir la clarté du temps”

inglese: “Traces of shadow to grasp the transparency of time”

tedesco: “Nur ein kleiner Schatten, um die Transparenz der Zeit zu ergreifen”

spagnolo: “El único rastro de sombra para agarrar la transparencia del tiempo”