

LEZIONE 1 - EQUAZIONI E DISEQUAZIONI RAZIONALI

Helena. dell'anna @ polimi.it

• **POLINOMIO** = SOMMA ALGEBRICA DI DUE O PIU' MONOMI NON SIMILI

MONOMIO = ESPRESSIONE ALGEBRICA IN CUI COMPAIONO SOLO MOLTIPLICAZIONI E DIVISIONI

$5x^2$ → parte letterale
↓
coefficiente

→ ax^n $n \in \mathbb{N}$

$$5x^2 + 3x^2 = \underline{8x^2}$$
$$5x^2 + 3y^2$$

$$5x^2y^2 \rightarrow \text{grado} = 4$$

$$5x^2y^2 + 4x^2y \rightarrow \text{grado} = 4$$

4 3

es

$$P(x) = x^2 + 3x - 9 \rightarrow \text{grado} = 2 \Rightarrow \text{SI}$$

$$P(x) = 2 = 2x^0y^2 + 0x^2 \Rightarrow \text{SI}$$

$$P(x) = \sqrt{x} = x^{1/2} \rightarrow \text{irrazionale} \Rightarrow \text{NO!!!}$$

$$\sqrt[n]{x^m} = x^{m/n}$$

• EQUAZIONI DI PRIMO GRADO

$P(x) = ax + b = 0 \rightarrow a \neq 0 \rightarrow x = -\frac{b}{a}$ unica soluzione

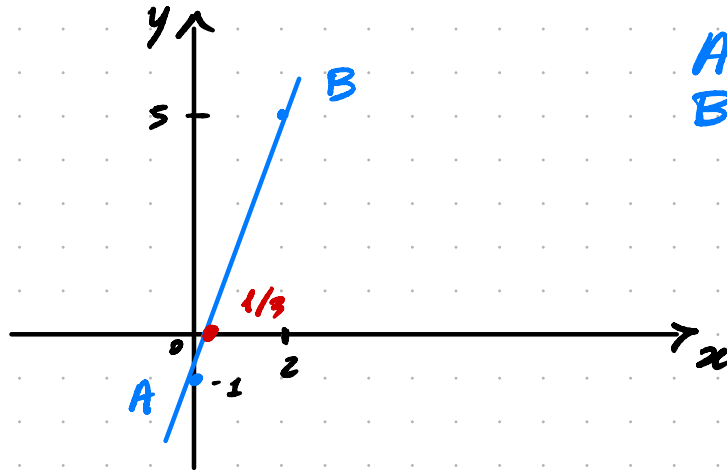
$a = 0 \text{ e } b \neq 0 \rightarrow b = 0$ impossibile

$a = 0 \text{ e } b = 0 \rightarrow 0 = 0$ indeterminata

es

$3x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{3}$

$y = 3x - 1$



A (0; -1)
B (2; 5)

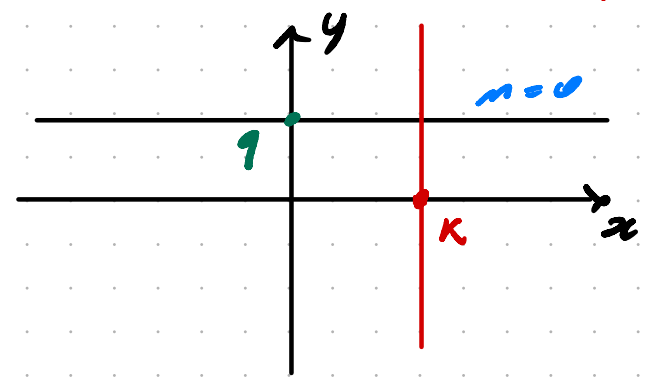
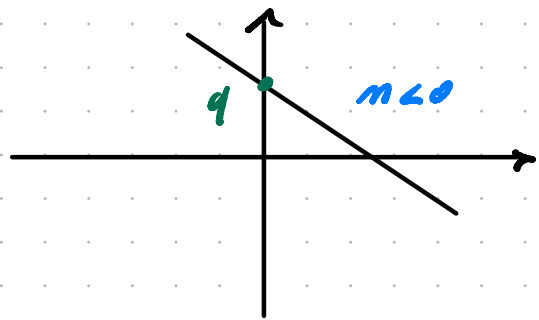
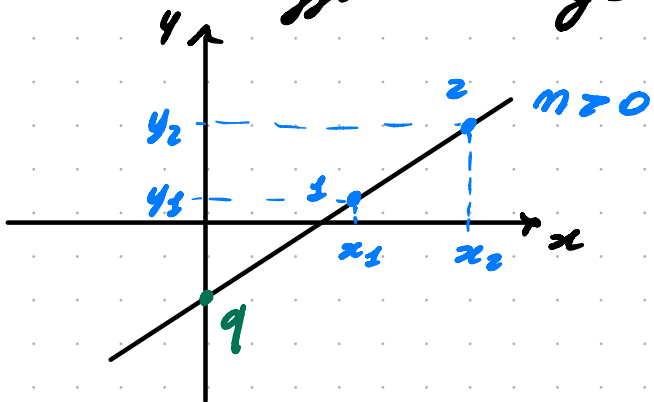
$\rightarrow 3x - 1 = 0$

l'intersezione della retta con l'asse x

$y = mx + q$
 \uparrow
 coefficiente angolare = pendenza = $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 \hookrightarrow intercetta = intersezione con l'asse y

No m / No q

$x = k$



• EQUAZIONI DI SECONDO GRADO

$$P(x) = ax^2 + bx + c = 0 \quad a \neq 0$$

$$a \neq 0, b = c = 0 \rightarrow ax^2 = 0 \rightarrow x_1 = x_2 = 0$$

$$a, c \neq 0, b = 0 \rightarrow ax^2 + c = 0 \rightarrow a, c \text{ hanno segno opposto}$$

$$a, b \neq 0, c = 0$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$$

$$\begin{aligned} \hookrightarrow ax^2 + bx = 0 & \quad x_1 = 0 \\ x(ax + b) = 0 & \rightarrow x_2 = -\frac{b}{a} \end{aligned}$$

• a e c hanno stesso segno
~~2~~ soluzioni reali

$$a, b, c \neq 0 \rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

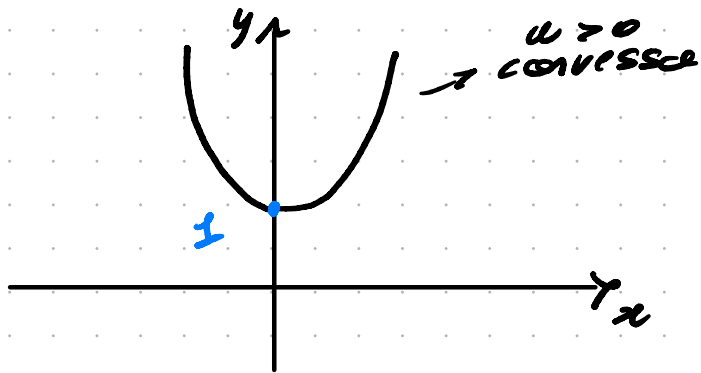
$$x_{1,2} = \pm i \sqrt{\frac{c}{a}}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

- $\Delta > 0 \rightarrow$ ammette soluzioni reali e distinte
- $\Delta = 0 \rightarrow$ 2 soluzioni reali e coincidenti
- $\Delta < 0 \rightarrow$ 2 soluzioni complesse

es $x^2 + 1 = 0 \rightarrow x^2 = -1 \rightarrow x = \pm \sqrt{-1} = \pm i$ (complesso)

$y = x^2 + 1 \rightarrow$ PARABOLA



$\sqrt{-1} = i$ UNITÀ IMMAGINARIA

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$\begin{aligned} a &= 1 > 0 \\ b &= 0 \\ c &= 1 \end{aligned}$$

• EQUAZIONI DI SECONDO GRADO FRATTE

$$\frac{ax^2 + bx + c}{a'x^2 + b'x + c} = 0$$

↳ CE → DENOMINATORE ≠ 0

$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow \text{SOLUZIONE - CE (soluzioni DEN = 0)}$$

ex. $\frac{1}{x^2 + 1} = 0$

↳ Non si annulla mai

1 = 0 MAI! ⇒ l'equazione non ha soluzioni

ex. $\frac{(x-1)(x-1/2)}{x^2 - 1/4} = 0$

↳ $\frac{(x-1)(x-1/2)}{(x-1/2)(x+1/2)} = 0 \Rightarrow$ CE $x - 1/2 = 0 \rightarrow x = 1/2$
 $x + 1/2 = 0 \rightarrow x = -1/2$
 $\Rightarrow x \neq 1/2, -1/2$

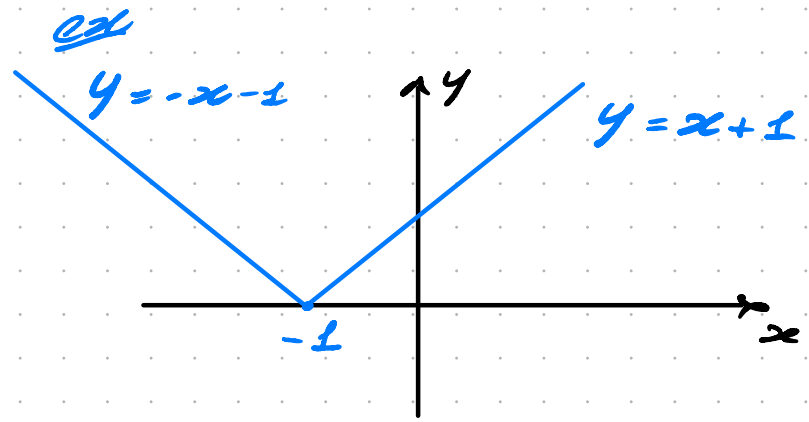
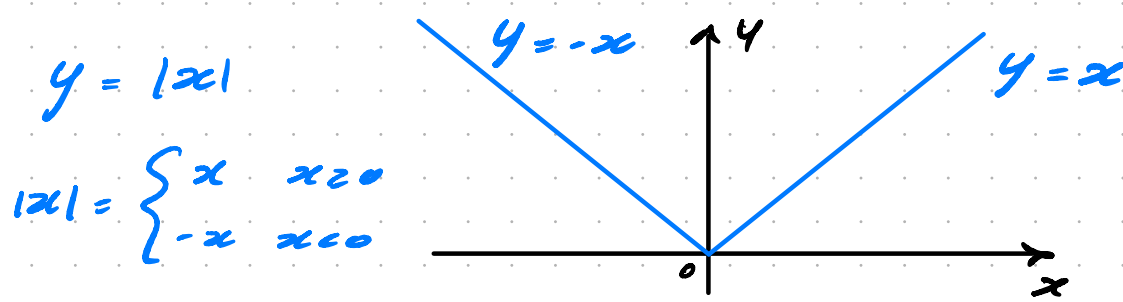
NUM → $(x-1)(x-1/2) = 0$

↳ $x_1 = 1$
 $x_2 = 1/2 \rightarrow$ MA x DEVE ESSERE $\neq 1/2$

⇒ SOL $x = 1$

FUNZIONE MODULO

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{se } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{se } f(x) < 0 \end{cases}$$



$$y = \begin{cases} x+1 & \text{se } x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1 \\ -x-1 & \text{se } x+1 < 0 \Rightarrow x < -1 \end{cases} = |x+1|$$

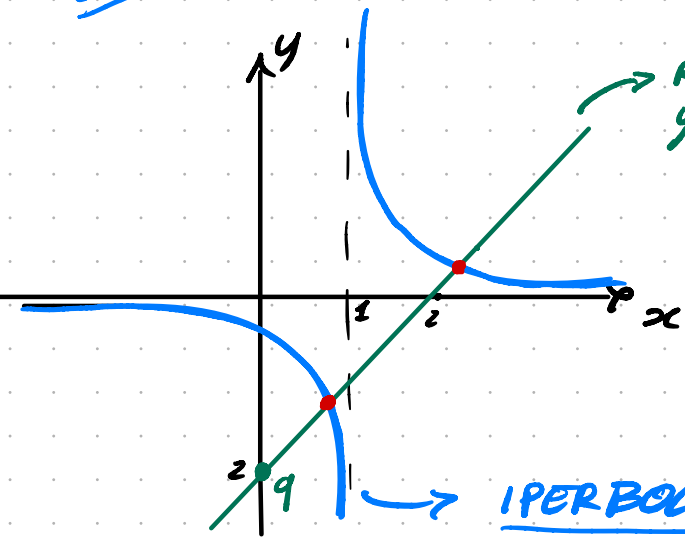
ALTRE RISPOSTE:

• $|x| = -1 \rightarrow$ IMPOSSIBILE \Rightarrow ~~\exists~~ x che soddisfi l'equazione
 $\hookrightarrow |x|$ ha valori sempre ≥ 0

• $|x| = 1 \rightarrow$ $\Rightarrow x_{1,2} = \pm 1$

• $|x-1| = 0 \rightarrow$ $y = |x-1|$
 $|x-1| = 0 \rightarrow x-1 = 0 \rightarrow x = 1$

cx



RETTA
 $y = mx + q \rightarrow q = 2$
 \downarrow
 $m > 0$

$$\hookrightarrow y = x - 2 \Rightarrow x - 2 = \frac{1}{x - 1}$$

IPERBOLE EQUILATERA TRASLATA

$\hookrightarrow y = \frac{1}{x}$

$\hookrightarrow y \rightarrow \infty \Leftrightarrow x \rightarrow 1 \Leftrightarrow x - 1 \rightarrow 0$

$\hookrightarrow y = \frac{1}{x - 1}$

\hookrightarrow ASINTOTTI
 \equiv
ASSI

EQUAZIONE CANONICA DELL'IPERBOLE

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \rightarrow$ asintoti $y = \frac{b}{a}x, y = -\frac{b}{a}x \quad a \neq 0$