

Andrà-Iaderosa - Politecnico di Milano - ottobre
2019

DIMOSTRARE A SCUOLA

*QUALI ASPETTI DELLA DIMOSTRAZIONE È POSSIBILE
INSEGNARE E PRATICARE NEL CURRICOLO DELLA
SCUOLA SECONDARIA?*

Andrà-Iaderosa - Politecnico di Milano - ottobre
2019

Spunti dal testo:

QED

FENOMENOLOGIA DELLA DIMOSTRAZIONE

GABRIELE LOLLI

Funzioni della dimostrazione

- evitare i calcoli
- predire i risultati
- fornire spiegazioni
-

Un esempio: è vero che?

$$1000^{-1} - 1001^{-1} < 10^{-6}$$

$$1000^{-1} - 1001^{-1} < 10^{-6}$$

$$\frac{1}{1000} - \frac{1}{1001} = \frac{1001-1000}{1001000} = \frac{1}{1001000}$$

e osservare che

$$\frac{1}{1001000} < \frac{1}{1000000}$$

perché

$$1000000 < 1001000. \text{ QED}$$

Spiegare mediante gli assiomi

All'inizio, da un punto di vista didattico, si può anche evitare di elencare gli assiomi ed isolarli come tali rispetto ai teoremi derivati da essi:

basta citarli al momento opportuno e soprattutto mostrare il concatenamento delle proposizioni da dimostrare rispetto a teoremi precedentemente dimostrati o assiomi

generalizzare

$$n^{-1} - (n+1)^{-1} < n^{-2}$$

È l'estensione della relazione precedente

Trovare la soluzione ai problemi

Esempio della formula delle equazioni di secondo grado:

- il problema viene formalizzato con l'equazione quadratica
- Il metodo del completamento del quadrato consente di trovare il valore delle incognite
e quindi di risolvere il problema

Creare concetti

I numeri irrazionali costruiti in seguito alla identificazione della radice di 2 come numero non razionale

e ciò avviene dimostrando che la radice di 2 non è un numero razionale

Dimostrare ciò che si ritiene evidente

un esempio:

La disuguaglianza triangolare

Strategie di dimostrazione

- Dimostrazione diretta
- Distinzione di casi: *teorema degli angoli alla circonferenza e del corrispondente angolo al centro*
- Trovare *controesempi*
- Per assurdo (*)
- Per induzione (*)
-

Insegnare la dimostrazione

- Insegnare a **riprodurre** una dimostrazione
- Insegnare a **produrre** una dimostrazione

Punti di attenzione

- La gestione dei quantificatori
- La gestione degli enunciati
- L'evidenziazione della struttura del discorso dimostrativo
- L'evidenziazione dei passi inferenziali
-

Le dimostrazioni sui naturali

Spesso richiedono l'induzione, almeno per le proprietà iniziali.

Successivamente diventano di carattere algebrico (differenze negative, simbolizzazione, ...)

Le dimostrazioni aritmetiche/algebriche

Il teorema fondamentale della divisione afferma che per ogni x e y , con $y \neq 0$ esistono e sono unici due numeri q e r tali che

$$x = qy + r \quad \text{e} \quad r < y.$$

Dimostrazione L'induzione è su x .

Per $x = 0$ basta prendere $q = r = 0$.

Per $x + 1$, usando l'ipotesi induttiva

$$x + 1 = (qy + r) + 1 = qy + (r + 1)$$

e quindi quoziente q e resto $r + 1$ se $r + 1 < y$, altrimenti, quoziente $q + 1$ e resto 0 . QED

Attività finalizzate alla conquista dell'aspetto sintattico

I cartellini in disordine

Le dimostrazioni in due quadri teorici

Il secondo teorema di Euclide

.....

lo “scaffolding”

costruire schemi

collegarli con frecce

reinterpretarli

argomentare per esplicitare le inferenze...