

L'Incognita X

Introduzione

Per i matematici l'equazione è un oggetto impegnativo, forse il più importante della loro attività. Equazioni algebriche, trascendenti, differenziali ... ce n'è per tutti. L'equazione contiene il tranquillo segno =, che rimanda all'uguaglianza delle cose, o meglio la richiede, ma anche una o più incognite la cui aspirazione è quella di incarnarsi in numeri, quantità, valori ... insomma oggetti formali ben definiti che la rendano soddisfatta, quasi a dover pareggiare, in una bilancia, i piatti che stanno prima e dopo il segno =.

Le equazioni ci parlano del rapporto fra le variabili della Natura, sono leggi del pensiero che esigono un punto di sintesi concettuale a cui ancorarsi, rappresentano i problemi del mondo in cui vogliamo che le incognite assumano una forma materiale e definita.

L'equazione pone dunque il problema dell'equilibrio fra due parti, esprime il desiderio di imbrigliare le incognite che, per quanto compete loro, sarebbero capaci di variare in un largo dominio, fino a ridurle allo stato necessario alla nostra comprensione o, se proprio non si riesce, ad approssimarle quanto meglio si può.

Spunti per un lavoro interdisciplinare

La parola “**incognito/a**” deriva chiaramente dal latino: l'aggettivo *incognitus* significa infatti “non conosciuto”. La parola fino alla fine del XIX secolo restò un aggettivo. E per la matematica?

Gli arabi indicavano l'incognita, in una equazione che ne conteneva una sola, come “la cosa”. In arabo questa parola si esprime attraverso un suono molto simile a X. Anche nell'Italia rinascimentale, l'incognita era chiamata “la cosa”. La scienza delle equazioni era nota come “**l'arte della cosa**” e gli specialisti che le risolvevano erano i “**cosisti**”.

Il primo uso del termine “incognita” nasce indubbiamente con Cartesio e anche in questo caso la parola era un aggettivo (“quantità incognita”) e non un sostantivo. Maria Gaetana Agnesi scrive ancora nel 1748 «Le quantità cognite e date soglionsi denominare [...] con le prime lettere dell'alfabeto; le incognite, e che si cercano, con una delle ultime». Pochi anni dopo Jacopo Riccati usò tranquillamente il termine come sostantivo.

Come mai le incognite standard sono x e y , e non la scelta più logica z e y visto che si doveva partire dal fondo dell'alfabeto? Secondo David Sacks nel suo *The Alphabet*, sembra che la colpa sia dello stampatore che nel 1637 pubblicò il *Géometrie* di Cartesio. Nel manoscritto del fondatore della geometria analitica in effetti i nomi usati per le variabili erano z e y , ma lo stampatore si lamentò di non avere abbastanza z per comporre le pagine e si concentrò sulla x , meno frequente in francese della y e della z . Chiese il permesso al grande matematico francese ricevendo una risposta del tipo «massi, non cambia nulla».

Da quella scelta, generata da una necessità contingente, la x divenne in matematica – e nella cultura in generale – il simbolo dell'incognita. Assunse anche un valore simbolico per cui parliamo di X-Files, di raggi X, di Malcom X, di X-factor: tutti nomi nei quali la X sta ad indicare qualcosa di non del tutto conosciuto o conoscibile o comunque circondato da un alone di mistero.

Un'**equazione** (dal latino *aequatio*) è una uguaglianza matematica tra due espressioni contenenti una o più variabili, dette *incognite*. L'uso del termine risale a Leonardo Fibonacci, ma la risoluzione di equazioni risale all'antichità e ha accompagnato lo sviluppo della matematica fino ai nostri giorni. Il concetto di equazione o di sistema di equazioni non ha subito sostanziali mutamenti, anche se le applicazioni dell'algebra si sono estese con l'aumento dell'impiego di modelli matematici nell'indagine della realtà. I cambiamenti sostanziali si sono verificati nelle notazioni e nei procedimenti risolutivi che le nuove rappresentazioni simboliche e formali hanno permesso di utilizzare.

Sino al XVI secolo la risoluzione delle equazioni era vincolata all'interpretazione geometrica, per cui i coefficienti e le soluzioni erano vincolate ad essere numeri positivi e il grado dell'equazione non era superiore a 3. L'algebra iniziò uno sviluppo autonomo dalla geometria solo con Viète e Cartesio nel XVII secolo, assumendo un vero e proprio linguaggio. Prima di allora operazioni ed equazioni nei problemi e nei trattati erano espressi in lingua (prima in latino e poi in volgare) e solo lentamente furono introdotti dei simboli. La lettura di queste opere attualmente è molto complessa.

Come l'introduzione del sistema decimale ha consentito di fare con semplicità i calcoli numerici, così l'introduzione del calcolo letterale è uno strumento molto efficace per risolvere problemi che prima solo pochi esperti erano in grado di affrontare.

Complesse vicende storiche hanno portato gli algebristi italiani del XVI secolo alla scoperta delle formule risolutive delle equazioni di terzo e quarto grado. Una conseguenza importante per la storia della matematica fu l'estensione del campo numerico con l'uso delle radici quadrate di numeri negativi, operata da Rafael Bombelli nel 1572, iniziando così l'introduzione e l'uso dei numeri complessi. Si aprì così la porta ai grandi teoremi dell'algebra: tra il XVIII e il XIX secolo il "Teorema Fondamentale" sul numero delle soluzioni (nel campo complesso) di qualunque equazione algebrica e all'inizio del XIX secolo la dimostrazione dell'impossibilità di risolvere per radicali le equazioni generali di grado superiore al quarto. La ricerca sulle equazioni particolari di quarto grado che fossero risolubili per radicali, iniziata da Evariste Galois, aprì la strada all'algebra moderna, intesa come scienza delle strutture astratte.

La Matematica nel copione

Molte sono le battute nello spettacolo che suggeriscono un collegamento tra l'azione scenica e i concetti matematici.

Innanzitutto la storia: si tratta di un'indagine complessa in cui lo spettatore viene coinvolto e gli si chiede di scoprire l'identità di 3 personaggi, denominati con X, Y e Z.

Per riuscire nell'impresa, lo spettatore deve raccogliere gli indizi e comporli con intelligenza.

Si chiede di costruire un modello dei fatti, non trascurando nessun elemento.

E' significativo che l'impresa non riesca alla detective, che vuol forzare gli indizi in uno schema già dato e neppure all'aiutante in obitorio che propone la sua fantasiosa soluzione senza preoccuparsi della corrispondenza con il modello che lui stesso ha impostato.

Ricordiamo le frasi più significative:

DETECTIVE Si tratta solamente di applicare dei principi. Di usare l'intelligenza. Risolvere un omicidio non è diverso dal risolvere un'equazione. Hai un assassino, che chiameremo X, di cui bisogna calcolare l'identità. E una serie di indizi sparsi per la stanza. Questi sono i coefficienti e le variabili dell'equazione. Sono loro a dirti chi è X, se li sai interpretare. E soprattutto se non commetti errori da un passaggio all'altro.

.....

DETECTIVE Interessante. Non abbiamo un'incognita sola, ma due: X, l'assassino, e Y, la vittima. E non più un'equazione sola, ma un sistema di due equazioni, in ognuna delle quali compaiono sia X che Y, e che vanno risolte insieme. Perché X e Y sono strettamente collegati. Come due innamorati racchiusi in un abbraccio. E non possiamo definire uno, senza scoprire l'altro. E viceversa.

.....

DETECTIVE No, certo. Ma abbiamo formulato un'ipotesi. Ora si tratta di verificarla.

AIUTANTE Come?

DETECTIVE Procediamo come se fosse vera, e vediamo se qualche dettaglio la contraddice. Quando poi avremo scoperto l'identità di X e Y, ripercorreremo tutta la storia, per vedere se fila. Come quando, nelle equazioni, sostituisci X e Y con i valori che hai trovato, per verificare se i

calcoli tornano, e il risultato dà zero. Chiaro?

.....

Y - Non mi aspettavo che cambiassi idea. Quindi è stata una bella sorpresa. Penso che in fondo ognuno di noi sia un'incognita, su cui ci facciamo delle idee, ma che in realtà non conosciamo, finché non la vediamo agire.

Equazioni in scena

Innanzitutto osserviamo che nello spettacolo non incontriamo per la prima volta i tre personaggi incogniti tutti insieme, ma sempre a coppie: X e Y; Y e Z; X e Z.

Ciascuna di queste scene rivela un legame che noi abbiamo espresso con una equazione.

Abbiamo così 3 equazioni, in ciascuna delle quali compare solo una coppia di incognite.

Per trovare l'identità dei personaggi non basta risolvere il sistema delle 3 equazioni, ma una volta trovata la soluzione, bisognerà verificare che la soluzione del sistema faccia parte dell'insieme delle soluzioni di un'altra equazione che vuol esprimere il legame profondo che lega TUTTE e tre le incognite contemporaneamente.

Per la detective abbiamo scelto un'equazione che rispecchia il suo atteggiamento, apparentemente molto razionale ma minato dal pregiudizio. La detective non tiene conto di quanto succede a Z, la cui scomparsa è per lo meno una strana coincidenza, per cui sbaglia modello e non perviene alla conclusione corretta.

Per l'aiutante in obitorio abbiamo scelto un'equazione incompatibile con la soluzione da lui stesso proposta, volendo sottolineare due aspetti essenziali della soluzione di un problema:

- La scelta di un modello "ragionevole", fondato su fatti e non sulle proprie aspettative
- La coerenza della soluzione con il modello prescelto

Se dalla visione dello spettacolo avete ricavato altre suggestioni e volete condividerle con noi potete contattarci ai seguenti indirizzi

tullia.norando@polimi.it , paola.magnaghi@polimi.it