

# **Dall'argomentazione alla dimostrazione in matematica**

Milano, 7 ottobre 2019  
Chiara Andrà - Rosa Iaderosa

*Secondo Raymond Duval...*

# Argomentare



# Dimostrare

*Secondo Raymond Duval...*

# Argomentare

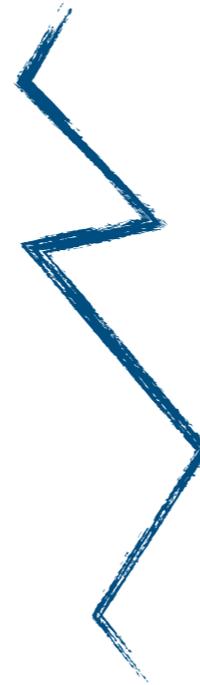


# Dimostrare

**...se il garante è un teorema,  
un sistema assiomatico, una  
definizione...**

*Secondo Raymond Duval...*

# Argomentare



# Dimostrare

**...se il garante è un teorema,  
un sistema assiomatico, una  
definizione...**

# Argomentare



# Dimostrare



...se il garante è un teorema,  
un sistema assiomatico, una  
definizione...

- Una rottura sul piano sintattico
  - ▶ le *argomentazioni* possano essere strutturate in modi diversi,
  - ▶ la struttura dei passi delle *dimostrazioni* è necessariamente ternaria e modellata sulla regola Modus Ponens

# Argomentare



# Dimostrare

...se il garante è un teorema,  
un sistema assiomatico, una  
definizione...

- Una rottura sul piano sintattico
  - ▶ le *argomentazioni* possano essere strutturate in modi diversi,
  - ▶ la struttura dei passi delle *dimostrazioni* è necessariamente ternaria e modellata sulla regola Modus Ponens
- Una rottura sul piano semantico
  - ▶ nelle *argomentazioni* è fondamentale il contenuto,
  - ▶ nelle *dimostrazioni* è fondamentale il valore teorico

*Secondo Boero, Garuti, Mariotti...*

**Argomentare**

**Dimostrare**

*Secondo Boero, Garuti, Mariotti...*

**Argomentare**

**Dimostrare**

- C'è continuità cognitiva ...e

*Secondo Boero, Garuti, Mariotti...*

**Argomentare**

**Dimostrare**

- **C'è continuità cognitiva ...e**
- **le attività di argomentazione possono supportare quelle di dimostrazione**
  - ▶ **quando gli studenti organizzano in una catena logica gli argomenti che hanno prodotto in precedenza.**

*Secondo Boero, Garuti, Mariotti...*

# Argomentare

# Dimostrare

- **C'è continuità cognitiva ...e**
- **le attività di argomentazione possono supportare quelle di dimostrazione**
  - ▶ **quando gli studenti organizzano in una catena logica gli argomenti che hanno prodotto in precedenza.**
- **La continuità tra argomentare e dimostrare non è del tutto naturale, ma richiede che vi sia contiguità,**
  - ▶ **sia a livello referenziale (linguaggio, sistemi di conoscenze),**
  - ▶ **sia a livello strutturale (ovvero, una connessione cognitiva tra le strutture deduttive, abduttive o induttive)**

**Perchè dimostrare?**

# Perchè dimostrare?

- Un bisogno di VERIFICARE le proprie congetture
- Un bisogno di SPIEGARE attraverso forme sintattiche universalmente riconosciute

# Perchè dimostrare?

- Un bisogno di VERIFICARE le proprie congetture
- Un bisogno di SPIEGARE attraverso forme sintattiche universalmente riconosciute
- ..e: “fare il mestiere del matematico”.

# Cosa significa fare il mestiere del matematico?

1. Ipotesi
2. Incubazione
3. Intuizione
4. Dimostrazione formale

# Pensiero intuitivo

- Immediato
- Globale
- Auto-evidente

# Pensiero logico- deduttivo

- Mediato
- Analitico
- (spesso) richiede ragionamento

# Pensiero intuitivo

- Immediato
- Globale
- Auto-evidente

**Se un fatto matematico  
è intuitivo**

(es. si “vede” dalla figura, si  
“sa”, è una proprietà nota)

# Pensiero logico-deduttivo

- Mediato
- Analitico
- (spesso) richiede ragionamento

# Pensiero intuitivo

- Immediato
- Globale
- Auto-evidente

**Se un fatto matematico è intuitivo**  
(es. si “vede” dalla figura, si “sa”, è una proprietà nota)

# Pensiero logico-deduttivo

- Mediato
- Analitico
- (spesso) richiede ragionamento

**Se un fatto matematico non è intuitivo**  
(es. moltiplicare per un numero  $< 1$ , non si rappresenta graficamente ..)

# Pensiero intuitivo

- Immediato
- Globale
- Auto-evidente

**Se un fatto matematico è intuitivo**  
(es. si “vede” dalla figura, si “sa”, è una proprietà nota)

**...allora una dimostrazione è percepita come inutile dallo studente**

# Pensiero logico-deduttivo

- Mediato
- Analitico
- (spesso) richiede ragionamento

**Se un fatto matematico non è intuitivo**  
(es. moltiplicare per un numero  $< 1$ , non si rappresenta graficamente ..)

# Pensiero intuitivo

- Immediato
- Globale
- Auto-evidente

**Se un fatto matematico è intuitivo**

(es. si “vede” dalla figura, si “sa”, è una proprietà nota)

**...allora una dimostrazione è percepita come inutile dallo studente**

# Pensiero logico-deduttivo

- Mediato
- Analitico
- (spesso) richiede ragionamento

**Se un fatto matematico non è intuitivo**

(es. moltiplicare per un numero  $< 1$ , non si rappresenta graficamente ..)

**...allora una dimostrazione può non convincere ed essere intesa come un pretesto formale**

# Pensiero intuitivo

- Immediato
- Globale
- Auto-evidente

**Se un fatto matematico è intuitivo**

(es. si “vede” dalla figura, si “sa”, è una proprietà nota)

**...allora una dimostrazione è percepita come inutile dallo studente**

# Pensiero logico-deduttivo

- Mediato
- Analitico
- (spesso) richiede ragionamento

**Se un fatto matematico non è intuitivo**

(es. moltiplicare per un numero  $< 1$ , non si rappresenta graficamente ..)

**...allora una dimostrazione può non convincere ed essere intesa come un pretesto formale**

# In conclusione, insegnare a dimostrare pone numerose sfide!

- Imparare a generalizzare a partire da un esempio
- Distinguere il piano semantico da quello sintattico
- Imparare a produrre inferenze corrette
- Conoscere diversi tipi di dimostrazione, delineare una strategia come nel problem-solving