

CONOSCENZE NELL'AREA DELLA MATEMATICA FUNZIONALI ALL'ACCESSO AI CORSI DI LAUREA IN INGEGNERIA (per studenti)

(Approvato dalla Conferenza dei Presidi delle Facoltà di Ingegneria Italiane il 28 giugno 2006)

Per affrontare con profitto i Corsi di Laurea in Ingegneria si richiede il possesso di conoscenze scientifiche di base, di capacità di comprensione verbale e di attitudine ad un approccio metodologico.

Gli ultimi due aspetti, particolarmente importanti anche per colmare eventuali lacune relative al primo, sono strettamente correlati alle capacità di lettura e interpretazione dei testi, di organizzazione e archiviazione della conoscenza, di autovalutazione, di organizzazione della attività di studio, di assunzione di responsabilità sulle decisioni prese.

Tuttavia, per quanto riguarda la matematica, la formazione in Ingegneria deve innestarsi su un substrato formativo precedente, sviluppato durante l'intero percorso scolastico, che non può essere facilmente sostituito da operazioni di recupero dell'ultima ora.

In quest'ottica si ritiene opportuno fornire un'indicazione dettagliata (il syllabo) circa le conoscenze essenziali di matematica che dovrebbero essere state assimilate nel percorso della scuola secondaria.

Il syllabo costituisce quindi uno strumento utile allo studente per valutare se il proprio livello di conoscenza è adeguato per intraprendere gli studi di Ingegneria.

Sulla base del syllabo vengono predisposti i test di ammissione, introdotti da alcuni anni presso quasi tutte le Facoltà di Ingegneria e resi ora obbligatori dalla normativa che impone la verifica della preparazione iniziale. Essi sono progettati per fornire una stima oggettiva della conoscenza degli argomenti elencati e il loro superamento implica che lo studente abbia di questi argomenti una buona padronanza.

Le conoscenze e le abilità elencate nel syllabo fanno riferimento quasi esclusivamente al **livello base**, ovvero alle conoscenze, date per acquisite, alle quali non viene dedicato ulteriore spazio nei corsi di matematica del primo anno. Esse vanno perciò considerate come requisiti minimi e vanno conosciute senza incertezze.

Le conoscenze e abilità indicate in *corsivo* fanno invece parte di un livello intermedio, che non necessariamente l'allievo deve aver acquisito. La loro trattazione, se necessaria, sarà affrontata nei corsi del primo anno fin dai fondamenti, in modo che lo studente sia in grado di apprenderli senza averne cognizione preliminare. E' chiaro tuttavia che una precedente familiarità può risultare di aiuto.

TEMI PRINCIPALI DEL SILLABO

- 1) Algebra; operazioni, potenze, approssimazione; calcolo numerico (uso consapevole della calcolatrice);
- 2) Progressioni, esponenziali, logaritmi;
- 3) Elementi di Trigonometria;
- 4) Elementi di Geometria euclidea, geometria dello spazio;
- 5) Elementi di Geometria Analitica;
- 6) Logica elementare e qualche cenno di analisi matematica.

1. – Algebra, equazioni e disequazioni; approssimazione e calcolo numerico

Contenuti	Conoscenze e Abilità
Espressioni algebriche	<p>Saper trasformare espressioni algebriche; in particolare, saper riconoscere e applicare consapevolmente le proprietà delle operazioni dei numeri reali nel trasformare espressioni letterali.</p> <p>Saper fattorizzare un'espressione del tipo $a^2 - b^2$, $a^3 - b^3$,</p> <p>Saper utilizzare lettere e notazioni algebriche per descrivere situazioni e risolvere problemi.</p>
Equazioni e disequazioni algebriche	<p>Saper riconoscere se un numero è soluzione di un'equazione.</p> <p>Conoscere i principi di equivalenza e saperli utilizzare per risolvere equazioni e disequazioni (saper applicare la regola “dei segni” per risolvere disequazioni; saper utilizzare le proprietà delle disuguaglianze fra numeri reali per risolvere disequazioni, saper risolvere equazioni e disequazioni di I grado in un'incognita).</p> <p>Saper applicare la regola di annullamento del prodotto per risolvere equazioni.</p> <p>Saper risolvere equazioni e disequazioni di II grado in un'incognita.</p> <p>Visualizzare graficamente il significato di semplici equazioni e disequazioni fra potenze ad esponente intero, radici, valore assoluto.</p> <p>Saper risolvere semplici sistemi di equazioni e disequazioni.</p>
Approssimazione e calcolo approssimato	<p>Rappresentazione decimale dei numeri reali.</p> <p>Conoscere e usare correttamente scritture del tipo: $a = 4.82\dots$, $a \approx 4.82$, $a = 4.820 \pm 0.003$ sapendole distinguere.</p> <p>Comprendere il significato delle operazioni di arrotondamento e di troncamento e di quelle di precisione (errore) e di cifre esatte.</p> <p>Saper applicare in situazioni concrete le operazioni di arrotondamento e troncamento.</p>

2 - Progressioni, esponenziali e logaritmi

Contenuti	Conoscenze e Abilità
Progressioni	<p>Riconoscere, formalizzare e saper rappresentare proporzionalità dirette e inverse.</p> <p><i>Conoscere e saper riconoscere le progressioni aritmetiche e geometriche.</i></p>
Funzione esponenziale, logaritmi	<p>Conoscere la funzione esponenziale sui numeri naturali N.</p> <p>Conoscere e saper applicare definizioni e proprietà di potenza con base reale positiva ed esponente razionale e di funzione esponenziale sui numeri interi Z e sui numeri razionali Q.</p> <p>Conoscere le motivazioni e le modalità di estensione della funzione esponenziale da N a Z e a Q e saperne disegnare i grafici.</p> <p>Conoscere definizioni e proprietà di potenza con base reale positiva ed esponente reale (positivo o negativo).</p> <p>Saper valutare, senza ricorrere alla calcolatrice, l'ordine di grandezza e il valore approssimato di funzioni esponenziali.</p> <p>Saper disegnare grafici qualitativi di potenze con base reale positiva ed esponente reale (positivo o negativo).</p> <p>Comprendere l'invertibilità della funzione esponenziale: la funzione logaritmica.</p> <p>Saper disegnare il grafico della funzione logaritmo.</p> <p>Conoscere la terminologia e le proprietà dei logaritmi (ad esempio: $\ln(x \cdot y) = \ln x + \ln y$; $\ln x > 0$ se $x > 1$) e saperne utilizzare le regole di calcolo.</p> <p>Saper operare con le funzioni esponenziale e logaritmo per risolvere semplici equazioni e disequazioni.</p> <p><i>Conoscere una definizione del numero “e”.</i></p> <p><i>Essere in grado di scegliere la base più opportuna in relazione alla situazione e al problema da risolvere e conoscere la formula per il cambiamento di base.</i></p> <p>Saper utilizzare correttamente la calcolatrice per determinare valori delle funzioni esponenziale e logaritmo.</p>

3 - Elementi di Trigonometria

Contenuti	Conoscenze e Abilità
Misura degli angoli, funzioni goniometriche fondamentali, risoluzione di triangoli	<p>Misura di un angolo in radianti; saper convertire la misura di un angolo da gradi a radianti e viceversa.</p> <p>Funzioni trigonometriche di un arco (angolo): seno, coseno, tangente</p> <p>Funzioni trigonometriche inverse.</p> <p>Identità trigonometriche fondamentali: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ e $\sin\alpha/\cos\alpha = \tan\alpha$.</p> <p>Saper utilizzare funzioni trigonometriche note di un certo angolo per trovare funzioni trigonometriche di altri angoli (complementare, supplementare, ecc.).</p> <p>Saper individuare i valori delle funzioni trigonometriche di alcuni angoli particolari senza ricorrere alla calcolatrice.</p> <p>Saper utilizzare in modo appropriato la calcolatrice per individuare i valori delle funzioni trigonometriche di un angolo generico e i valori delle funzioni trigonometriche inverse.</p> <p>Proprietà elementari delle funzioni trigonometriche (parità, disparità, periodicità, limitatezza).</p> <p>Disegnare grafici delle funzioni trigonometriche utilizzando loro simmetrie.</p> <p>Conoscere le formule di addizione (del seno e del coseno), di duplicazione e di bisezione e saperle utilizzare per trasformare espressioni trigonometriche</p> <p>Saper utilizzare le proprietà elementari delle funzioni trigonometriche per risolvere semplici equazioni e disequazioni.</p> <p>Saper “risolvere” un triangolo rettangolo.</p> <p><i>Dati due lati di un triangolo e l'angolo compreso, saper determinare il terzo lato.</i></p>

4 - Elementi di Geometria euclidea

Contenuti	Conoscenze e Abilità
Figure geometriche piane, misura di lunghezze e aree	<p>Saper calcolare perimetri e aree di poligoni.</p> <p>Idea intuitiva di lunghezza di un arco di curva.</p> <p>Conoscere le relazioni tra lunghezza della circonferenza, area del cerchio e lunghezza del raggio.</p> <p>Saper calcolare la misura della lunghezza di un arco di circonferenza e l'area di un settore.</p> <p>Saper come variano aree e perimetri con cambiamenti di scala.</p>
Figure geometriche piane: costruzioni geometriche, modellizzazione	<p>Saper effettuare e giustificare costruzioni geometriche elementari con il solo uso di riga non graduata e compasso quali: triangolo equilatero di lato assegnato, retta passante per un punto assegnato e parallela (o perpendicolare) ad una retta assegnata, circonferenza passante per tre punti assegnati.</p> <p>Conoscere qualche metodo per tracciare un'ellisse.</p>
Figure geometriche piane: trasformazioni geometriche	<p>Trasformazioni geometriche del piano e loro composizioni: traslazioni, rotazioni, simmetrie rispetto a un punto e rispetto a una retta, omotetie, similitudini.</p> <p><i>Saper determinare semplici proprietà delle trasformazioni geometriche.</i></p> <p><i>Saper individuare proprietà invarianti rispetto alle trasformazioni.</i></p>
Figure geometriche nello spazio: enti fondamentali e loro proprietà.	<p>Conoscere definizioni e proprietà fondamentali relative a parallelismo e ortogonalità tra rette, tra piani e tra rette e piani e saperle applicare nella risoluzione di semplici problemi.</p> <p>Conoscere definizioni e proprietà fondamentali relative a angoli diedri e angolidi e saperle applicare nella risoluzione di semplici problemi</p> <p>Conoscere l'esistenza di rette sghembe e saperle rappresentare graficamente.</p> <p>Vettori ed operazioni con i vettori, prodotto scalare e prodotto vettoriale.</p>
Figure geometriche nello spazio: trasformazioni geometriche	<p><i>Isometrie e similitudini nello spazio; il teorema di Talete nello spazio.</i></p> <p><i>Proprietà delle traslazioni, delle rotazioni intorno ad una retta e delle simmetrie rispetto ad un piano.</i></p>
Figure geometriche nello spazio: solidi fondamentali	<p>Conoscere le proprietà di prismi, piramidi, sfere, cilindri e coni e le formule per il calcolo dei volumi di prismi, piramidi, sfere, cilindri e coni e saperle applicare nella risoluzione di semplici problemi.</p> <p>Saper come variano i volumi scalando le dimensioni</p>

5 - Elementi di Geometria analitica

Contenuti	Conoscenze e Abilità
Coniche	<p>Equazione della circonferenza nella forma $(x-a)^2+(y-b)^2= r^2$; Retta tangente ad una circonferenza.</p> <p>Saper trovare l'equazione di una circonferenza che verifica determinate condizioni (ad esempio: determinare l'equazione della circonferenza passante per tre punti assegnati, determinare l'equazione di una circonferenza dato il suo centro ed una retta ad essa tangente).</p> <p>Saper scrivere l'equazione di un'ellisse, definita come il luogo dei punti per i quali è costante la somma delle distanze da due punti dati (fuochi), nel caso in cui i fuochi sono posti su un asse.</p> <p>Saper scrivere le equazioni della parabola e dell'iperbole in posizioni canoniche.</p> <p><i>Conoscere le relazioni tra queste curve e le sezioni di un cono.</i></p> <p><i>Conoscere le coordinate polari nel piano. Coordinate in un sistema di riferimento traslato, ruotato o dilatato.</i></p>
Coordinate cartesiane nello spazio.	<p><i>Equazioni cartesiane di piani e di rette.</i></p> <p><i>Equazioni di traslazioni, di rotazioni rispetto ad un asse coordinato, di simmetrie rispetto ad un piano coordinato.</i></p> <p><i>Superfici nello spazio. Coordinate cilindriche e polari nello spazio.</i></p> <p><i>Equazioni di semplici superfici (sfere, cilindri), anche in coordinate cilindriche o polari.</i></p>

6 - Logica elementare e cenni di Analisi Matematica

Contenuti	Conoscenze e Abilità
Relazioni e funzioni: generalità, grafici delle funzioni elementari	<p>Conoscere e saper applicare definizioni e proprietà delle relazioni di equivalenza e delle relazioni d'ordine.</p> <p>Definizione di funzione: comprendere le differenze fra funzioni iniettive, surgettive, biiettive.</p> <p>Conoscere la definizione e il grafico delle funzioni seguenti: funzione potenza (ad esponente intero), radice, valore assoluto, funzione segno, funzioni definite a tratti.</p> <p>Saper disegnare per punti i grafici della funzione esponenziale e logaritmica (ad esempio in base 2, 10) e delle funzioni trigonometriche.</p>
Funzioni crescenti e decrescenti, operazioni elementari sulle funzioni	<p><i>Saper dare una definizione di funzione crescente o decrescente ed essere in grado di accertare la monotonia di una semplice funzione.</i></p> <p><i>Conoscere la nozione di funzione limitata e di funzione periodica.</i></p> <p><i>Somma e prodotto di funzioni e loro grafici.</i></p> <p><i>Somma di una funzione e di una costante, relazione con le traslazioni verticali del grafico.</i></p> <p><i>Prodotto di una funzione per una costante e relazione con i cambiamenti di scala nell'asse verticale e le riflessioni rispetto all'asse orizzontale. Reciproco di una funzione e suo grafico.</i></p> <p><i>Traslazioni e cambiamenti di scala sull'asse orizzontale. Riflessioni rispetto all'asse verticale.</i></p> <p><i>In una data famiglia di funzioni dipendenti da parametri, trovare le funzioni che verificano determinate condizioni (ad esempio che assumono valori assegnati in punti assegnati).</i></p>